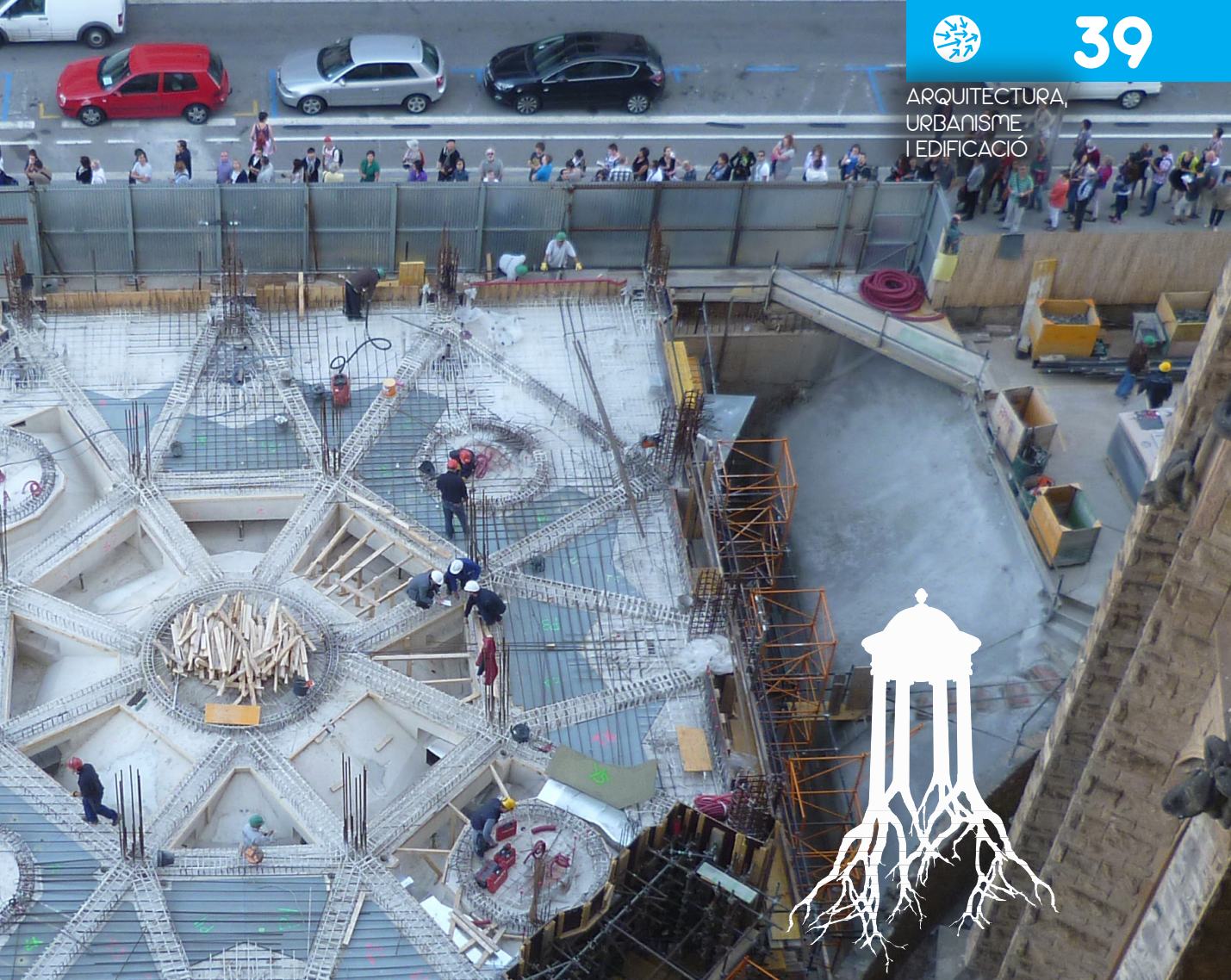




39

ARQUITECTURA,
URBANISME
I EDIFICACIÓ



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

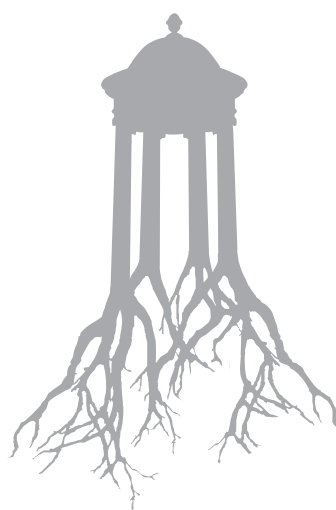
→ **UPCGRAU**

Estructuras de hormigón armado →

Predimensionamiento y cálculo de secciones. Métodos según EHE-08

Pepa Gómez Bernabé
Josep Vicent Gómez Serrano





UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



iniciativa
digital politècnica
Publicacions Acadèmiques de la UPG

→ **UPCGRAU**

Estructuras de hormigón armado →

Predimensionamiento y cálculo de secciones. Métodos segun EHE-08

Pepa Gómez Bernabé
Josep Vicent Gómez Serrano

Primera edición: marzo de 2016
Reimpresión: enero de 2018

© Los autores, 2016

© Iniciativa Digital Politècnica, 2016
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC
Jordi Girona 31, Edifici Torre Girona, Planta 1, 08034 Barcelona
Tel.: 934 015 885
www.upc.edu/idp
E-mail: info.idp@upc.edu

DL: B. 5931-2016
ISBN: 978-84-9880-578-9

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede realizarse con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley.



Presentación

La entrada en vigor de la norma EHE-08 (Instrucción de hormigón estructural), el 1 de diciembre de 2008, crea la necesidad de revisar y volver a publicar esta monografía de hormigón armado, y se aprovecha la ocasión para simplificar los métodos de cálculo, sobre todo en predimensionado, de la versión anterior.

Aunque es una nueva monografía, sigue siendo válida la opinión que expusieron en la monografía anterior los arquitectos Joan Margarit y Carlos Buxadé:

“Esta monografía nace de la necesidad de ofrecer una publicación sobre el hormigón armado adaptada a la nueva Instrucción de hormigón estructural (EHE), en vigor desde el 1 de julio de 1999.

Esta nueva instrucción no es solo una actualización o una nueva reordenación del articulado de la antigua EH-91 (Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado), sino que es una síntesis entre la EH-91 y la EP-93 (Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado), que considera el hormigón en masa, armado o pretensado como un único material: el hormigón estructural.

Los métodos de análisis que se plantean son también más generales que los propuestos anteriormente y toda la instrucción mantiene la voluntad de garantizar la durabilidad del hormigón. Es, pues, una nueva instrucción y, en el mismo sentido, esta publicación pretende ser, al mismo tiempo, un texto relativo al predimensionado y al cálculo de secciones de hormigón armado con unos nuevos criterios de ordenación y de tratamiento.

En esta situación, la monografía que presentan Pepa Gómez y Josep Gómez tiene un doble interés. En primer lugar, es una exposición clara y resumida de la normativa vigente del hormigón armado, con respecto principalmente al predi-



mencionado y al cálculo, útil, pues, para el uso cotidiano en el análisis de estructuras en los despachos de arquitectura e ingeniería ya que, además, su utilización abarca tanto el campo del proyecto como el de la construcción y la dirección de obra. En segundo lugar, este texto es pedagógico. Cualquier escuela de arquitectura y de ingeniería necesita que el alumno acabe con conocimientos adaptados, por una parte, a las necesidades mínimas que prevean los planes de estudio, y por otra parte, que ofrezca al alumno interesado los medios para profundizar en los temas. En el caso del hormigón armado, esto debe tenerse en cuenta tanto en la fase de proyecto como en la de construcción. Este libro está concebido y realizado teniendo en cuenta estos diferentes escenarios, y su claridad de exposición, el orden interno y los numerosos y bien planteados ejemplos permiten decir que es un texto que puede ser útil al alumno que busca una formación de proyectos en el tema estructural, como al alumno que quiera continuar profundizando en la dirección del cálculo y la construcción de estructuras de hormigón.”

Carles Buxadé

Joan Margarit

Agradecemos las observaciones y supervisiones que hicieron en la monografía anterior Carles Buxadé, Luis Moya y otros profesores de la asignatura Estructuras II de la ETSAB, y en los textos de esta publicación, así como la colaboración del profesor Jaume Serrallonga y Gasch en la realización de los ejemplos de aplicación.

En la presente monografía, agradecemos la colaboración en la adecuación de la norma y sus ejemplos a Marc Gómez Ramió, alumno y becario de la UPC.



Índice

Presentación	5
Índice	7
Introducción	11
1. Características de los materiales	13
1.1 Características del hormigón armado	13
1.2 Propiedades mecánicas del hormigón	17
1.3 Propiedades mecánicas del acero	20
2. Predimensionado de secciones a flexocompresión	23
2.1 Flexo-compresión compuesta o esviada (pilares)	23
2.2 Flexión simple y flechas (jácenas)	30
2.3 Ejemplo de predimensionado de un pilar y una jácena	34
3. Cálculo en rotura	39
3.1 Hipótesis básicas	39
3.2 Proceso general	40
3.3 Ejemplo	41
3.4 Dominios de deformación	46
3.5 Representación gráfica	48
4. Flexo-compresión compuesta	51
4.1 Generación de ábacos	51
4.2 Comprobaciones anteriores al armado de una pieza comprimida	54
4.3 Comprobaciones generales de la armadura en pilares o piezas comprimidas	55
4.4 Ejemplo de armado del pilar P4 a flexión compuesta	56



5. Conceptos de pandeo	63
5.1 Posibilidad de pandeo	63
5.2 Resolución según el método aproximado	66
5.3 Ejemplo	69
6. Flexo-compresión esviada	73
6.1 Flexo-compresión compuesta – flexo-compresión esviada	73
6.2 Representación gráfica. Ábacos adimensionales	75
6.3 Disposición recomendable de las armaduras	77
6.4 Comprobaciones generales de la armadura en pilares o piezas comprimidas	78
6.5 Ejemplo	79
6.6 Cálculo de la armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario	81
6.7 Cálculo de la armadura colocada repartida uniformemente en las cuatro caras	83
7. Flexión simple	89
7.1. Hipótesis básicas del cálculo en rotura	89
7.2. Proceso general	90
7.3. Ejemplo	91
7.4. Dominios de deformación en flexión simple. Generación de ábacos	95
7.5. Teorema de Ehlers	98
7.6. Anclajes	99
7.7 Comprobaciones generales de la armadura en jácenas o piezas sometidas a flexión	102
7.8 Ejemplo. Armado de secciones a flexión simple	103
8. Esfuerzo cortante	109
8.1 Existencia o aparición del esfuerzo cortante	109
8.2 Efectos del esfuerzo cortante	110
8.3 Absorción del esfuerzo cortante	110
8.4 Comprobaciones	114
8.5 Proceso de cálculo	115
8.6 Zonificación del estribado	116
9. Ejemplos de aplicación	123
9.1 Pilar número 2, planta baja	124
9.2 Pilar número 3, planta ático	133
9.3 Pilar número 5, planta sótano	140
9.4 Jácena 1-2-3, planta 3. ^a	147
9.5 Jácena 9-10-11-vol, planta 3. ^a	160
10. Tablas, diagramas adimensionales y ábacos roseta	175
10.2 Tabla de secciones y capacidades mecánicas de los aceros	176
10.3 Diagrama adimensional de flexo-compresión compuesta	



(d = 0,10·h)	177
10.4 Ábaco en roseta de flexión esviada. Armadura a dos caras (v = 0,0 hasta v = 0,6).....	178
10.5 Ábaco en roseta de flexión esviada. Armadura a dos caras (v = 0,8 hasta v = 1,4).....	179
10.6 Ábaco en roseta de flexión esviada. Armadura a cuatro caras (v = 0,0 hasta v = 1,4).....	180
10.7 Diagrama adimensional de flexión simple. $f_{yk} = 400 - 500 \text{ N/mm}^2$	181





Introducción

Los escritos sobre hormigón armado son amplios y extensos. En el marco docente, el criterio de esta publicación es dar a conocer los conceptos fundamentales sobre el conocimiento del cálculo en rotura del hormigón armado, y sintetizar los procesos de dimensionado.

Para sintetizar el método de cálculo, se usa la expresión gráfica y numérica del proceso y se reduce la parte escrita de la exposición. De este modo, la visión del método queda concentrada como en una hoja de cálculo de uso frecuente, y puede ser útil y comprensible tanto para el aprendizaje como para el uso en el cálculo profesional.

El cálculo mediante ordenador, tanto de esfuerzos como de dimensionamiento de estructuras de hormigón, concede a la máquina una capacidad superior a los métodos manuales, pero la misma capacidad de cálculo requiere un proceso de comprobación de las hipótesis y los resultados obtenidos.

El conocimiento claro de las hipótesis utilizadas y la posibilidad de comprobar los resultados obtenidos son imprescindibles en un proceso computarizado.

Esta publicación procura ser una guía básica sobre el conocimiento de las hipótesis y el proceso del cálculo del hormigón armado, de forma manual o mediante el ordenador.

Como guía de comprobación y cálculo se tratan los conceptos fundamentales sin profundizar en temas opcionales de dimensionamiento, para poder optimizar la claridad expositiva. El conocimiento claro y básico del método en rotura del hormigón permitirá, posteriormente, introducir fácilmente otros temas opcionales sobre el dimensionamiento que contienen las normas de hormigón.

→ 1



Características de los materiales

1.1 Características del hormigón armado

El hormigón es una masa disgregada de áridos de diferentes tamaños (gravas y arenas), que unimos por la solidificación del cemento que reacciona con agua.

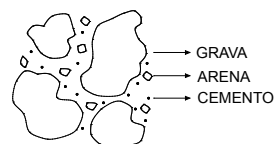
Cuanto más compactos sean los áridos y menos superficie tengan, necesitaremos menos cemento para su solidificación. La proporción de 2 medidas de grava por 1 de arena es la más usual. Con el módulo de tamices podemos afinar mejor la proporción de los áridos.

Una vez mezclados los componentes, la reacción agua-cemento queda latente durante 2-3 horas que permiten el transporte antes del inicio del endurecimiento. Este se inicia después de estas 2-3 horas y finaliza al cabo de 5-7 horas, según el tipo de cemento y la temperatura ambiente. En función de estos parámetros, se establecen criterios para aceptar o rechazar un hormigón según el tiempo transcurrido durante el amasado hasta la colocación.

El proceso de endurecimiento del hormigón se desarrolla por la reacción de los compuestos anhidros del grano de cemento, de gran finura, con las moléculas de H_2O . La reacción forma moléculas hidratadas que fijan las moléculas de H_2O y cristalizan aumentando al doble de su volumen inicial. Este proceso se inicia fuertemente al cabo de 5-7 horas después del amasado y continúa durante días mientras queden partículas de cemento para reaccionar. Conocer el tiempo de fraguado del hormigón dará criterios para establecer el tiempo necesario de curado de la masa endurecida.

1.1.1 Componentes del hormigón

Grava, arena, cemento, agua y aditivos. La dosificación de los aditivos requiere un cuidado especial, ya que de no ser la que conviene, puede actuar de forma opuesta a la prevista. Proporción máxima de aditivos < 5 % del cemento.





1.1.2 Durabilidad

La durabilidad depende tanto de las medidas adoptadas en función de las acciones mecánicas físicas y químicas que actúan sobre la estructura, como de un buen cemento, curado y recubrimiento.

Profundidad de penetración de la carbonatación:

$$d(\text{cm}) = k \cdot \sqrt{T_{\text{años}}} \quad (\text{anexo 9 EHE-08})$$

k = coeficiente que depende del tipo de proceso agresivo, de las características del material y de las condiciones ambientales

- $k = 0,2$ hormigón prefabricado
- $k = 0,8$ hormigón *in situ*

1.1.3 Resistencia y seguridad

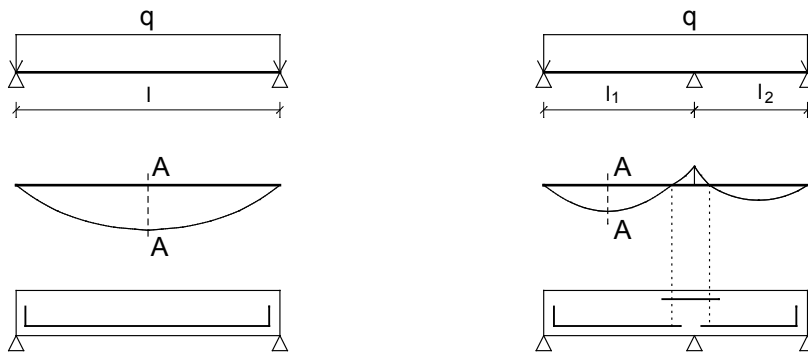
Factores de incertidumbre	Definición de seguridad	Aplicación
Resistencia de los materiales en proyecto Hormigón y acero	Resistencia característica Hormigón y acero	f_{ck}, f_{yk}
Valor de carga	Valores característicos de las acciones Sin mayorar	N_k, M_k, V_k, T_k
Resistencia de los materiales en obra Hormigón y acero	Resistencia de cálculo Hormigón y acero	$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c$ $0,85 \leq \alpha_{cc} \leq 1$ $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$
Proceso de cálculo y ponderación de seguridad	Resistencia de cálculo de las acciones Mayoradas	$N_d = N_k \cdot \gamma_f$ $M_d = M_k \cdot \gamma_f$

Coeficientes de minoración de resistencias. $\left| \begin{array}{l} \text{Hormigón } \gamma_c = 1,5 \\ \text{Acero } \gamma_s = 1,15 \end{array} \right.$

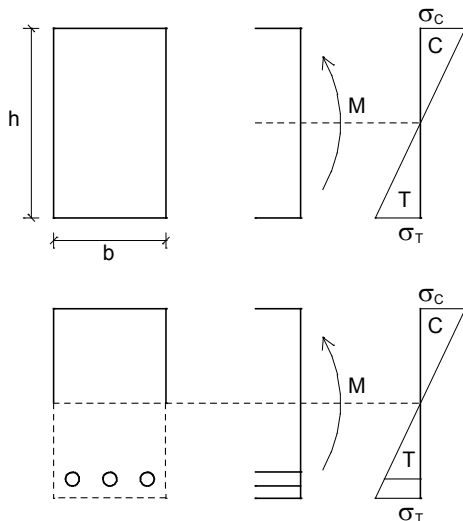
Coeficientes de mayoración de cargas. $\left| \begin{array}{l} \text{Carga permanente } \gamma_G = 1,35 \\ \text{Carga variable } \gamma_Q = 1,50 \end{array} \right.$



1.1.4 Comportamiento tensional del hormigón armado



Sección de máximo momento (A - A)



Acero: misma resistencia a tensiones de tracción que de compresión.

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \leq \sigma_u$$

Hormigón: buena resistencia a tensiones de compresión y casi nula a tracción.

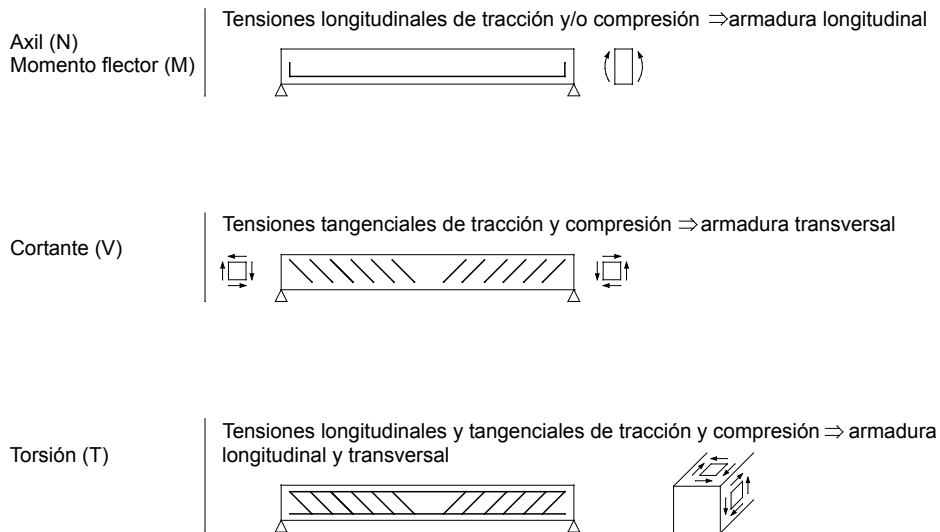
Solución: colocar barras de acero para absorber las tensiones de tracción.

Condiciones que hacen viable el trabajo conjunto de los dos materiales

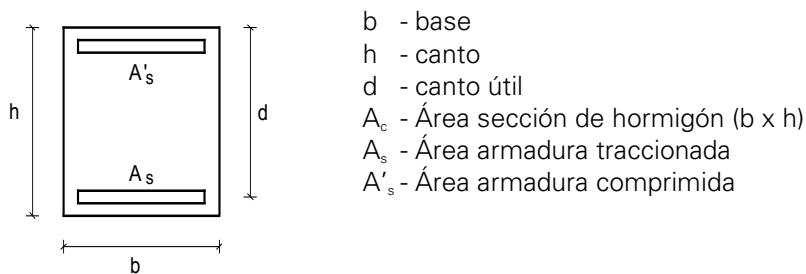
- Adherencia
- Compatibilidad
- Coeficiente de dilatación



Métodos de comprobaciones de secciones, según el tipo de esfuerzo



Nomenclatura básica



- f_{ck} - Resistencia característica del hormigón a compresión (N/mm²)
- f_{yk} - Resistencia característica del acero (N/mm²)
- N_k - Axil característico (kN)
- M_k - Momento característico (mkN)
- γ_c - Coeficiente de minoración de la resistencia del hormigón
- γ_s - Coeficiente de minoración de la resistencia del acero
- γ_f - Coeficiente de mayoración de cargas
- f_{cd} - Resistencia de cálculo del hormigón ($\alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c$)
- α_{cc} - Factor que tiene en cuenta el cansancio del hormigón a lo largo del tiempo bajo cargas constantes de compresión $0,85 \leq \alpha_{cc} \leq 1$, generalmente $\alpha_{cc} = 1$)
- f_{yd} - Resistencia de cálculo del acero (f_{yk} / γ_s)
- N_d - Axil de cálculo (kN)
- M_d - Momento de cálculo (mkN)

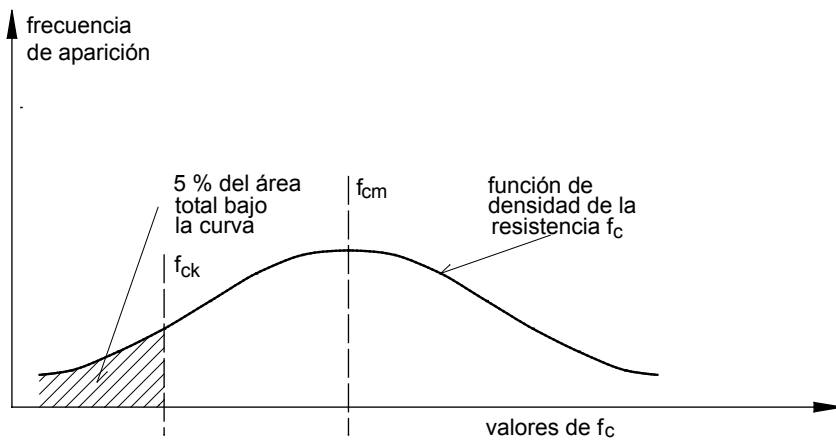


1.2 Propiedades mecánicas del hormigón

Definición de valores característicos

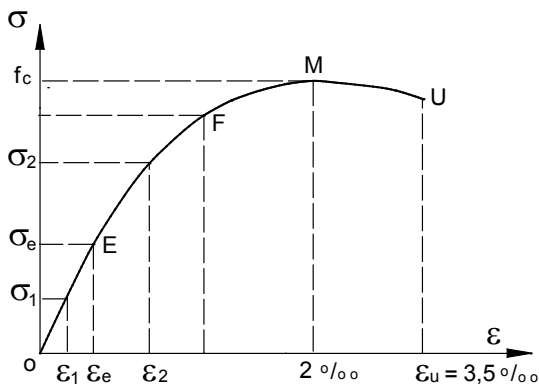
f_{ck} → Resistencia característica. Es el valor que da una seguridad del 95 % sobre una población de valores. (Resistencias.)

f_{cm} → Resistencia media. Es el valor medio de una población, la media del conjunto de valores sobre una población.



f_{ck} → valor estadístico de la resistencia a compresión del hormigón a los 28 días

Diagrama $\sigma - \epsilon$





Una probeta cargada hasta poco antes de la rotura en un tiempo cualquiera, debe descargarse según la línea límite de rotura.

Diagrama $\sigma - \varepsilon$ de un hormigón de 28 días de edad

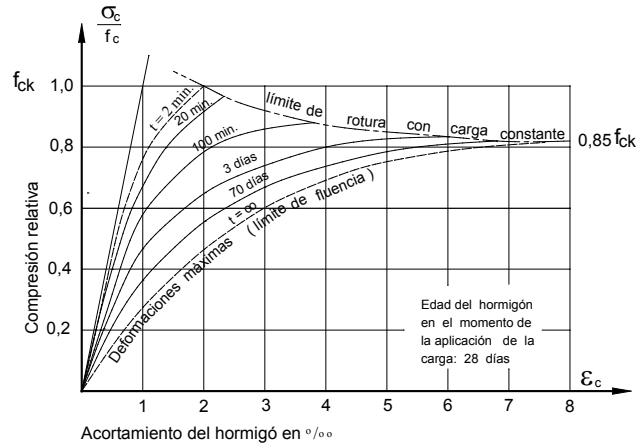
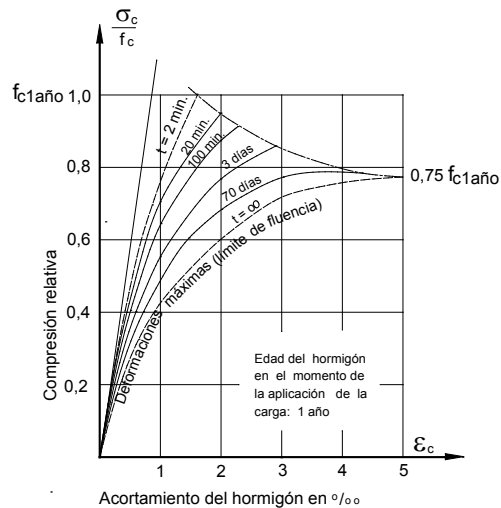


Diagrama $\sigma - \varepsilon$ de un hormigón de 1 año de edad



Estos gráficos que relacionan la tensión del hormigón y la tensión de rotura por compresión en probetas cilíndricas hacen evidentes los fenómenos de fluencia y cansancio del hormigón.

Fluencia: Aumento de deformación a lo largo del tiempo bajo una carga constante

Cansancio: Pérdida de resistencia a lo largo del tiempo bajo una carga constante ($\alpha_{cc} \cdot f_{ck}$)



Resistencia a la compresión sobre probetas del mismo tipo

Edad del hormigón en días	3	7	28	90	360
Hormigón de endurecimiento normal	0,40	0,65	1,00	1,20	1,35
Hormigón de endurecimiento rápido	0,55	0,75	1,00	1,15	1,20

Tensiones de cálculo y módulo de deformación longitudinal

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

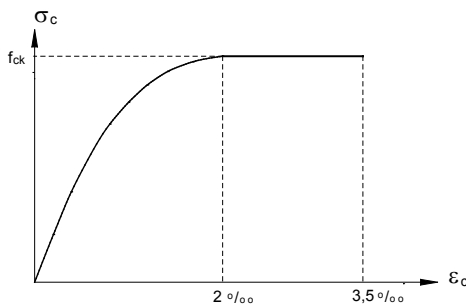
Para $f_{ck} \leq 50$ MPa tendremos: $f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$; $f_{ct,k} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$

$$E_{cj} = 8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm,j}}; \quad f_{cm,28} = f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow E_{c28} = 8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8}$$

(Expresión válida solo para un buen hormigón.)

El comportamiento a lo largo del tiempo puede ser diferente y depende de muchas variables, como podemos ver en los gráficos anteriores (tiempo de carga, edad del hormigón, etc.). La rotura a $0,85 f_{cd}$ y la deformación máxima $0,0035$ definen dos límites seguros del material. La deformación $0,002$ define el límite del campo elástico y la fluencia o plasticidad

Diagrama característico del hormigón. (Relación tensión-deformación.) Consideramos que $\alpha_{cc} = 1$



Tramo parabólico:

comportamiento elástico no lineal

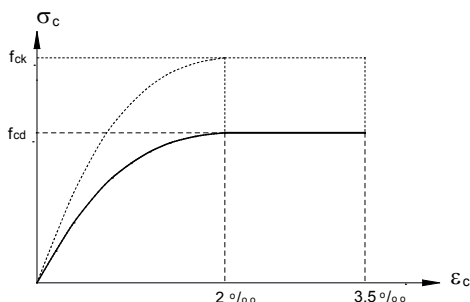
$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0,002 \Rightarrow \sigma_c = 100 \cdot f_{ck} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c^2)$$

Tramo rectilíneo:

comportamiento plástico

$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \Rightarrow \sigma_c = f_{ck}$$

Diagrama de cálculo (tensiones de cálculo)



Tramo parabólico:

comportamiento elástico no lineal

$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0,002 \Rightarrow \sigma_c = 100 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c^2)$$

Tramo rectilíneo:

comportamiento plástico

$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \Rightarrow \sigma_c = f_{cd}$$

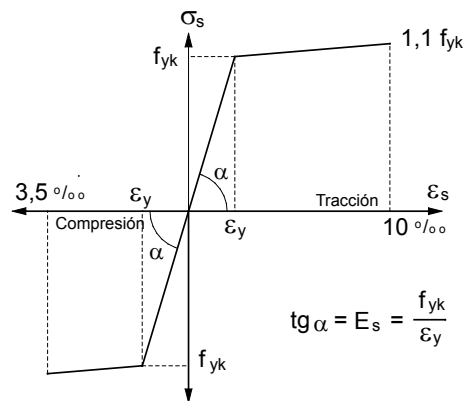


1.3 Propiedades mecánicas del acero

Tensión de cálculo y módulo de deformación longitudinal

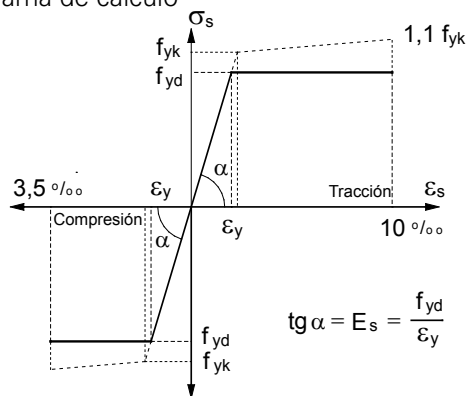
- $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$
- $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$

Diagrama característico. (Relación tensión-deformación.)

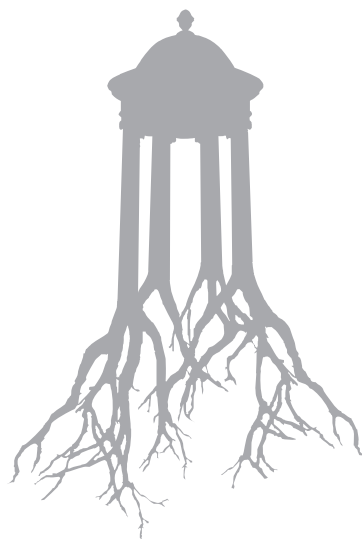


- Tramo inclinado: comportamiento elástico lineal
- Tramo inclinado: comportamiento plástico

Diagrama de cálculo



- $0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \epsilon_s \cdot E_s$ Tramo inclinado: comportamiento elástico lineal
- $\epsilon_y \leq \epsilon_s \leq 0,01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$ Tramo horizontal: comportamiento plástico



→2



Predimensionado de secciones a flexocompresión

2.1 Flexo-compresión compuesta o esviada (pilares)

El predimensionado de pilares es más complicado que el de jácenas, ya que intervienen múltiples variables. La casuística que se puede dar en función de si el predominio de los esfuerzos es del axil o del momento depende de la situación del pilar dentro de la estructura (pilar de planta baja o alta), también del viento o del sismo. Puede haber momentos en los dos planos principales del pilar y, a causa su esbeltez, los momentos iniciales pueden aumentar por el efecto del pandeo. El método de predimensionado expuesto en este capítulo se tomará como una herramienta útil para aproximar las dimensiones necesarias de los elementos, no como método de armado de secciones.

2.1.1 Compresión simple

La tensión de compresión simple la produce un axil aplicado en el centro de gravedad o baricentro plástico de la sección. Todas las fibras de la sección tienen la misma tensión, y por tanto la misma deformación (máxima deformación en compresión simple $\epsilon_c = 0,002$).

$$\sigma = \frac{N_d}{A} \Rightarrow N_d = \sigma \cdot A \Rightarrow N_u = \sigma_u \cdot A$$

Conceptos generales:

- Axil último de un área de acero, o capacidad mecánica de un área de acero: $A_s \cdot f_{yd}$
- Axil último de un área de hormigón, o capacidad mecánica de un área de hormigón: $A_c \cdot f_{cd}$



- Cuantía geométrica de una sección de hormigón armado: $\rho = A_s/A_c$
- Cuantía mecánica: de una sección de hormigón armado: $\omega = A_{stot} \cdot f_{yd} / A_c \cdot f_{cd}$

Por la adherencia y compatibilidad de deformaciones, si la deformación de rotura del hormigón en compresión simple es del orden de 0,002, no se puede aprovechar toda la capacidad resistente de los aceros de elevado límite elástico, dado que para la máxima deformación su tensión es:

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = 0,002 \times 200.000 = 400 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow f_{yd} \leq 400 \text{ N/mm}^2$$

En compresión, las cuantías límite son:

$$0,1 N_d \leq A_{stot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd} \text{ (o sea: } \omega_{max} = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 1)$$

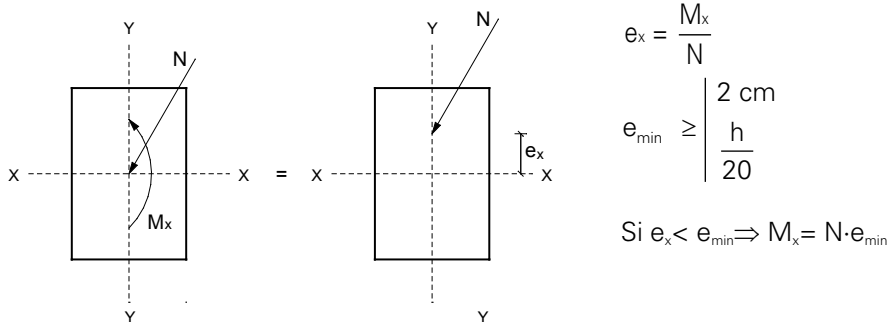
$$\rho = \frac{A_{stot}}{A_c} \geq 0,004 \text{ en pilares}$$

N_d = esfuerzo normal de cálculo que actúa en la sección comprimida

A_{stot} = área total de armadura dentro de la sección de hormigón

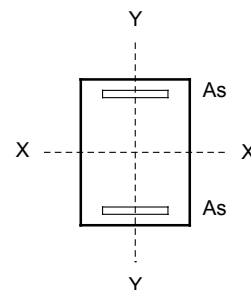
A_c = área de la sección total (bruta) de hormigón

Concepto de excentricidad en la aplicación de la carga. Excentricidad mínima



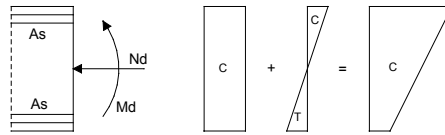
2.1.2 Compresión compuesta y flexión compuesta

- El axil actúa en uno de los planos principales de la sección con una cierta excentricidad.
- Se conoce la dirección de la línea neutra, perpendicular al plano de actuación del momento, pero no su situación.
- Disposición idónea de las armaduras en la cara traccionada y armadura simétrica a la otra cara.

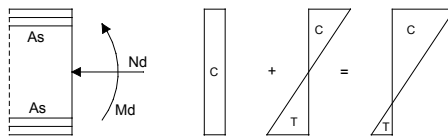




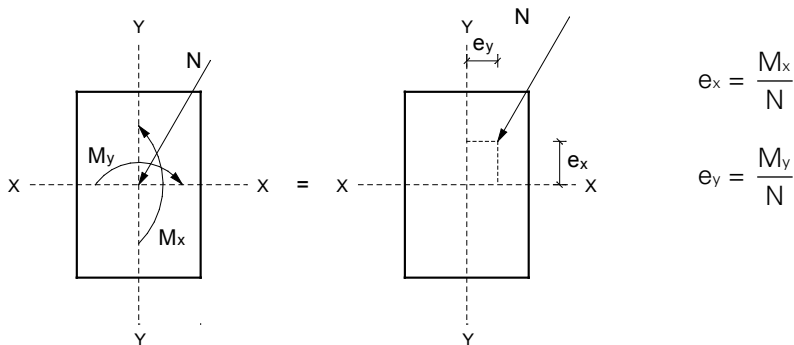
Si todos los puntos de la sección están comprimidos, la sollicitación es de compresión compuesta, la cual se da normalmente en pilares de planta baja, donde el axil de compresión predomina respecto al momento (axil dentro del núcleo central $\Rightarrow e \leq h / 6$).



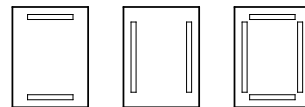
Si en la sección hay puntos comprimidos y puntos traccionados, la sollicitación es de flexión compuesta, la cual se da en pilares de planta alta, con dominio del momento respecto al axil.



2.1.3 Compresión esviada y flexión esviada



- El axil actúa con dos excentricidades e_x y e_y .
- Se desconoce la dirección y la posición de la línea neutra.
- Disposición idónea de las armaduras en función de la situación de las tensiones de tracción.



Si todos los puntos de la sección están comprimidos (axil actuando dentro del núcleo central), la sollicitación es de compresión esviada (pilares de planta baja); si hay puntos traccionados y puntos comprimidos, la sollicitación es de flexión esviada (pilares de planta alta).



2.1.4 Deducción de expresiones para el predimensionado de pilares de edificación

Los pilares de edificación están solicitados por un axil y uno o dos momentos que actúan en uno o ambos planos principales de la sección.

En este método de predimensionado, se simplifica y se considera que el axil es resistido por una sección de hormigón más una sección de acero si es necesario, y el momento o los momentos son resistidos por un área de acero adicional.

Se hace trabajar a los materiales a la máxima tensión de cálculo, y se consideran como coeficientes de minoración de resistencias a los correspondientes a un control normal de obra.

Se mayoran las acciones que, para simplificar, se toma el mismo coeficiente tanto para cargas permanentes como por variables.

En todos los ejemplos de predimensionado se utiliza acero B 500 S y hormigón HA-25, de manera que los valores de cálculo son los siguientes:

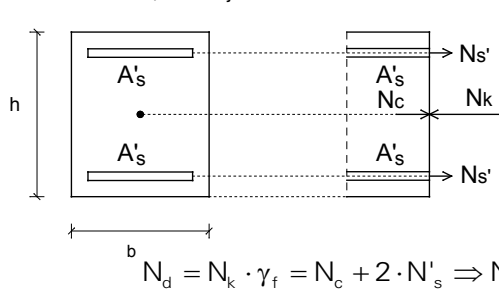
$$\text{Acero: } \left| \begin{array}{l} f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2 \\ \gamma_s = 1,15 \end{array} \right. \Rightarrow f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ N/mm}^2; \text{ en compresión,} \\ f_{yd} = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Hormigón: } \left| \begin{array}{l} f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2 \\ \gamma_c = 1,5 \end{array} \right. \Rightarrow f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \text{se considera } \alpha_{cc} = 1$$

$$\text{Acciones: } \gamma_f = 1,5$$

2.1.5 Predimensionado a compresión simple

Si el pilar está sometido solo a un axil aplicado en el centro de gravedad, se puede considerar que el axil es resistido por una sección de hormigón más un área de acero, trabajando a la máxima tensión.



$$\sigma_c = \frac{N_c}{A_c} \Rightarrow N_c = A_c \cdot \sigma_c = A_c \cdot f_{cd}$$

$$\sigma'_s = \frac{N'_s}{A'_s} \Rightarrow N'_s = A'_s \cdot \sigma'_s = A'_s \cdot f_{yd}$$

$$A'_{\text{stot}} = 2 A'_s$$

$$N_d = N_k \cdot \gamma_f = N_c + 2 \cdot N'_s \Rightarrow N_d = A_c \cdot f_{cd} + 2 \cdot A'_s \cdot f_{yd}$$



De la cuantía de armadura de la sección: $\omega' = \frac{A'_{\text{stot}} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \Rightarrow A'_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = \omega' \cdot A_c \cdot f_{cd}$

y sustituyendo $A'_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = \omega' \cdot A_c \cdot f_{cd}$ en la expresión del axil $N_d = A_c \cdot f_{cd} + A'_{\text{stot}} \cdot f_{yd}$:

$$N_d = A_c \cdot f_{cd} + \omega' \cdot A_c \cdot f_{cd} \Rightarrow N_d = A_c \cdot (1 + \omega') \cdot f_{cd} \Rightarrow f_{cd} = \frac{N_d}{A_c \cdot (1 + \omega')}$$

Así pues, podemos considerar que el aumento de área o área equivalente de hormigón para soportar el axil es función de la cuantía de armadura:

$$A_{eq} = A_c \cdot (1 + \omega')$$

El máximo valor de la cuantía total de armadura dentro de una sección es 1, que quiere decir que si solo actúa un axil, el área equivalente como máximo será el doble del área de la sección de hormigón.

2.1.6 Proceso para el predimensionado a compresión simple

Si imponemos una cuantía $0 \leq \omega' \leq 1$, y hacemos trabajar los materiales a la máxima tensión, obtenemos el área de la sección de hormigón despejando A_c :

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd} \cdot (1 + \omega')}$$

Si queremos predimensionar la armadura necesaria, se determina a partir de la cuantía de acero que le corresponde (en función de la sección de hormigón definitiva, la cuantía mecánica puede ser un poco más pequeña o más grande que la impuesta inicialmente):

$$\omega' = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} - 1;$$

$$\omega' = \frac{A'_{\text{stot}} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \Rightarrow A'_{\text{stot}} = \frac{\omega' \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}; \quad A'_s = \frac{A'_{\text{stot}}}{2} \Rightarrow A'_s = \frac{\omega' \cdot A_c \cdot f_{cd}}{2 \cdot f_{yd}}$$

Por ejemplo, para un axil característico de 1.400 kN, y con una cuantía media de $\omega' = 0,3$, la sección de hormigón será:

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd} \cdot (1 + \omega')} = \frac{1.400 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{25/1,5 \cdot (1 + 0,3)} = 96.923 \text{ mm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 30 \times 30 \Rightarrow \omega' = 0,4 \\ 30 \times 35 \Rightarrow \omega' = 0,2 \end{cases}$$

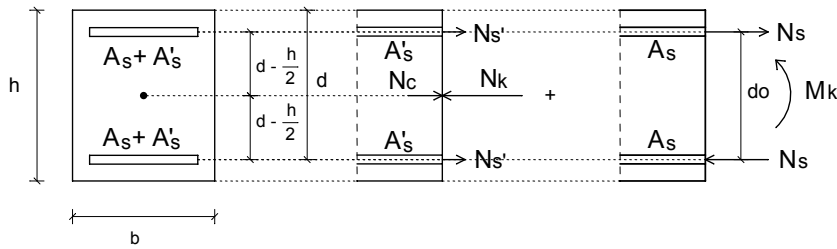
Para obtener el área de acero con la sección de 30 x 30, y el número de redondos con ϕ 16 mm, por ejemplo:

$$A'_s = \frac{\omega' \cdot A_c \cdot f_{cd}}{2 \cdot f_{yd}} = \frac{0,4 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5}{2 \cdot 400} = 750 \text{ mm}^2 = 7,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4\phi 16 \text{ mm por cara}$$



2.1.7 Predimensionado a flexión o compresión compuesta

Si el pilar está sometido a un axil aplicado en el centro de gravedad, más un momento en uno o en los dos planos principales, podemos hacer la misma consideración que hemos hecho respecto al axil, con lo cual obtenemos el área de hormigón y del acero comprimido (si procede) para resistirlo, y añadir más acero para resistir el momento o los momentos.



$$M_d = M_k \cdot \gamma_f = N_s \cdot d_o \quad N_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot f_{yd} \quad A_{stot} = 2 \cdot A_s$$

Brazo mecánico (hacemos la simplificación $d = 0,9 \cdot h$): $d_o = 2 \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) = 0,8 \cdot h$

$$M_d = N_s \cdot d_o \Rightarrow M_d = N_s \cdot 0,8 \cdot h \Rightarrow N_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h}; N_s = A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot h}$$

La cuantía mecánica es:

$$\omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}; A_{stot} \cdot f_{yd} = 2 \cdot A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}}$$

Si queremos predimensionar la armadura A_{sr} , $A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot h} \Rightarrow A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h \cdot f_{yd}}$

El área de armadura A_{sr} o cuantía ω , se ha de añadir al área A'_{sr} o cuantía ω' , si fuera necesaria, obtenida para soportar el axil con las expresiones para compresión simple:

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd} \cdot (1 + \omega')} \Rightarrow A_c = \frac{N_d}{f_{cd} \cdot (1 + \omega')} \quad A'_s = \frac{A'_{stot}}{2} = \frac{\omega' \cdot A_c \cdot f_{cd}}{2 \cdot f_{yd}}$$

La suma de las dos ha de cumplir la condición siguiente:

$$\text{Armadura máxima } (A_{stot} + A'_{stot}) f_{yd} \leq f_{cd} \cdot A_c \Rightarrow (\omega + \omega') \leq 1$$



2.1.8 Proceso para el predimensionado a flexión compuesta o esviada

Primero predimensionamos la sección para soportar el axil sin armadura y, con esta sección ($b \times h$), calculamos la cuantía necesaria para soportar el momento (con la comprobación previa de las excentricidades mínimas).

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd} \cdot (1 + \omega')}; \omega' = 0 \Rightarrow A_c = \frac{N_d}{f_{cd}}; \text{ para resistir el momento, } \omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}}$$

En función de la cuantía necesaria para resistir el momento, se modifica o no se modifica la sección. Si la cuantía es muy baja, disminuimos la sección y colocamos armadura a compresión para ayudar a resistir el axil. Si es muy alta, aumentamos el canto o la base para reducir ω .

Si se prevé momento en el otro plano, sollicitación de flexión esviada, se obtiene la armadura necesaria de la misma manera y se suman las dos.

Supongamos en el ejemplo anterior que además del axil $N_k = 1.400$ kN, actuara un momento característico de valor $M_k = 60$ MKN. Sollicitación de flexión compuesta ($e = M / N = 60/1.400 = 0,043$ m = 4,3 cm).

Para soportar el axil sin colaboración de armadura comprimida la sección sería:

$$A_c = \frac{N_d}{\sigma_c \cdot (1 + \omega')}; \omega' = 0 \Rightarrow A_c = \frac{N_d}{\sigma_c} = \frac{1.400 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{25/1,5} = 126.000 \text{ mm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 35 \times 35 \\ 30 \times 45 \end{cases}$$

En cualquiera de las dos secciones, la excentricidad del momento es mayor que la mínima.

La cuantía necesaria para soportar el momento en cada caso es:

$$\omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}} \Rightarrow \begin{cases} 35 \times 35 \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot 60 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 350 \cdot 350 \cdot 25/1,5} = 0,31 \\ 30 \times 45 \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot 60 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 450 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,22 \end{cases}$$

El área de acero en cada caso, y por tanto el número de redondos con ϕ 16 mm, por ejemplo, es:

$$35 \times 35 \Rightarrow A_s = \frac{60 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 350 \cdot 400} = 803,57 \text{ mm}^2 = 8,03 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \phi 16 \text{ mm en cada cara}$$

$$30 \times 45 \Rightarrow A_s = \frac{60 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 450 \cdot 400} = 625,00 \text{ mm}^2 = 6,25 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \phi 16 \text{ mm en cada cara}$$

La sollicitación, en cualquiera de las dos secciones, sería de compresión compuesta recta, ya que la excentricidad de actuación de la axil es inferior a $h/6$.

Es conveniente predimensionar con cuantías muy bajas, por ejemplo, $\omega \approx 0,25$, para tener reservas frente a un posible aumento en el cálculo de esfuerzos.

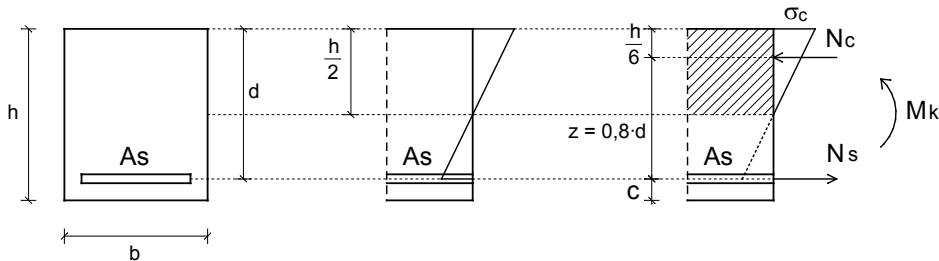


2.2 Flexión simple y flechas (jácenas)

Predimensionado en flexión simple ($N = 0$; $M \neq 0$)

El predimensionado de piezas sometidas a una sollicitación de flexión simple es adecuado para jácenas o vigas, viguetas, losas macizas o aligeradas y elementos horizontales, que no pueden invertir el sentido de la flexión en la pieza (las zonas de tracciones están localizadas y no varían). Por lo tanto, la armadura en la sección no es necesario que sea simétrica.

2.2.1 Deducción de expresiones para el predimensionado de jácenas de edificación



El momento es un par de fuerzas iguales y de sentido contrario que comprime la cabeza del hormigón y tracciona el área de acero ($N_c = N_s$).

$$M_d = M_k \cdot \gamma_f = N_c \cdot z = N_s \cdot z; \quad N_s = A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot z$$

La resultante del axil del hormigón comprimido está situada en el centro de gravedad del diagrama de tensiones, a una distancia $h/6$ del extremo más comprimido y comprime un área $A_o = b \cdot h/2$.

$$z = d - \frac{h}{6} = d - \frac{d}{0,9 \cdot 6} \approx 0,8 \cdot d; \quad \text{por tanto, el momento es:}$$

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot z \Rightarrow M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot 0,8 \cdot d \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d}$$

Para deducir la expresión que nos permita obtener una dimensión de la sección en función de la otra, lo hacemos a partir de la cuantía mecánica, tomando como área A_c el valor de $A_c = b \cdot d$ y sustituyendo $A_s \cdot f_{yd}$ en función del momento M_d .

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}; \quad A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} \Rightarrow \omega = \frac{M_d}{0,8 \cdot d \cdot A_c \cdot f_{cd}} \Rightarrow \omega = \frac{M_d}{0,8 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Conociendo una de las dos dimensiones de la sección e imponiendo una cuantía mecánica (recomendable cuantía media, baja), obtenemos la otra.



2.2.2 Proceso

Dado un momento, imponiendo una cuantía media ($\omega = 0,25$ por ejemplo) y conocida una de las dos dimensiones, obtenemos la otra.

$$\omega = \frac{M_d}{0,8 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \left| \begin{array}{l} \text{Conociendo } d \Rightarrow b = \frac{M_d}{\omega \cdot 0,8 \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \\ \text{Conociendo } b \Rightarrow d = \sqrt{\frac{M_d}{\omega \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}} \end{array} \right. \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h = d + c \\ \text{(canto total = canto útil +} \\ \text{recubrimiento mecánico)} \end{array} \right.$$

Si queremos predimensionar la armadura

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} \Rightarrow A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

2.2.3 Ejemplo

Predimensionado de una jácena de 35 cm de base para soportar un momento $M_k = 450 \text{ mkN}$

Consideramos un recubrimiento mecánico de 5 cm y una cuantía mecánica $\omega = 0,25$

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{0,25 \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{450 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 0,8 \cdot 350 \cdot 25/1,5}} = 760 \text{ mm} \approx 76 \text{ cm}$$

$$h = d + c = 76 + 5 \approx 80 \text{ cm}$$

Si queremos predimensionar la armadura:

$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{450 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 750 \cdot 500 / 1,15} = 2.587 \text{ mm}^2 = 25,87 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 9 \phi 20 \text{ mm}$, por ejemplo.

Si comprobamos recubrimientos y distancia entre armaduras, vemos que son demasiado redondos, que se han de agrupar o colocar menos redondos y de un diámetro mayor.

2.2.4 Aproximación al cálculo de deformaciones

En el cálculo de una estructura se debe comprobar si los movimientos o las deformaciones, a lo largo de su vida activa, llegan o llegarán a estar dentro de unos valores prefijados. Estos valores de deformaciones se deben estudiar para las condiciones de servicio de la estructura, según los criterios de combinación de acciones.



La deformación total de un elemento de hormigón es la suma de diferentes deformaciones parciales que se producen a lo largo del tiempo, por diferentes motivos: cargas introducidas, fluencia del hormigón, geometría y vinculación con otros elementos, rigidez y armadura, etc.

Todo esto hace que la estimación de las deformaciones sea bastante compleja, y solo se puede evaluar de forma aproximada.

Se distinguen:

- La flecha total a muy largo plazo (infinito), como suma de la flecha instantánea producida por todas las cargas, más la flecha diferida debida a las cargas permanentes.
- La flecha activa respecto a un elemento dañable (flecha total menos la que ya se ha producido hasta el instante en que se construye el elemento).

En general, en edificación la flecha máxima tiene que ser:

- flecha total $\leq L/250$ (L = luz del elemento)
- flecha activa $\leq L/400$ (aconsejable ≤ 10 mm)

Determinación de la flecha instantánea y momento de fisuración y su repercusión en el cálculo de deformaciones en jácenas y losas.

Se calculan las flechas instantáneas en elementos fisurados de sección constante y, a falta de métodos más rigurosos, se puede emplear el método simplificado siguiente.

Se considera como momento de inercia equivalente de una sección de hormigón armado, para el cálculo de la flecha instantánea, el valor dado por:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a} \right)^3 \cdot I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_f \leq I_b$$

M_a = momento flector máximo aplicado a la sección bruta hasta el instante en que se evalúa la flecha.

M_f = momento flector nominal de fisuración de la sección, $M_f = f_{ct,f} \cdot W_b$.

$f_{ct,f}$ = resistencia a flexotracción del hormigón $= 0,37 \cdot (f_{ck,j})^{2/3}$ (N/mm²).

W_b = módulo resistente de la sección bruta respecto de la fibra extrema en tracción.

I_b = momento de inercia de la sección bruta.

I_f = momento de inercia de la sección fisurada en flexión simple, que se obtiene despreciando la zona de hormigón en tracción, y homogeneizando las áreas de las armaduras multiplicándolas por el coeficiente de equivalencia n (relación entre los módulos de deformación del acero y el del hormigón).



Comportamiento diferido en el hormigón: fluencia

Cálculo de la flecha diferida

Las flechas adicionales diferidas producidas por cargas de larga duración, que resultan de las deformaciones por fluencia, se pueden estimar multiplicando la flecha instantánea correspondiente por el factor λ :

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

ρ' = cuantía geométrica de la armadura de compresión (A_s) referida al área de la sección útil $b_0 \cdot d$, en la sección de referencia, o sea:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_0 \cdot d}$$

ξ = coeficiente que depende de la duración de la carga y que toma los valores siguientes:

2 semanas	0,5
1 mes	0,7
3 meses	1,0
6 meses	1,2
1 año	1,4
5 años o más	2,0

Para edad j de carga y t de cálculo de la flecha, el valor de ξ para el cálculo de λ es:

$$\xi(t) - \xi(j).$$

Por tanto, la flecha total, suma de la instantánea y la diferida, se expresa de la forma siguiente:

$$f_{\text{tot}} = f_{\text{inst}}^{\text{CP+SC}} + \lambda \cdot f_{\text{inst}}^{\text{CP}}$$

A la hora de predimensionar una viga, si tenemos en cuenta el momento de inercia de la sección bruta en el cálculo de su deformación, podemos aproximar que la flecha total será cuatro veces mayor que la flecha instantánea obtenida, suma de la instantánea debida a cargas permanentes más la instantánea debida a cargas variables (2,5 veces por la pérdida de inercia por la fisuración y 1,5 por la fluencia), y que la flecha activa será la suma de la flecha instantánea debida a cargas permanentes multiplicada por 2,2 más la de las cargas variables, y podemos comparar estos valores con los máximos admisibles.

- flecha total $\leq L/250$ (L = luz del elemento)
- flecha activa $\leq L/400$ (aconsejable ≤ 10 mm)

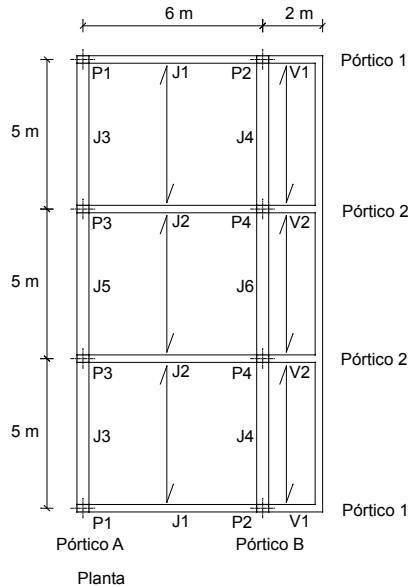


2.3 Ejemplo de predimensionado de un pilar y una jácena

Predimensionado del pilar P4 y de la jácena J2

En este libro no tratamos del predimensionado de los esfuerzos, ni de cómo se obtienen, por lo que consideramos que los esfuerzos mayorados son los obtenidos mediante un programa de ordenador (tipo WinEva o similar), con los coeficientes de mayoración correspondientes para cada hipótesis de carga, y los característicos predimensionados, los mismos divididos por 1,5 que es el coeficiente de mayoración de cargas que, para simplificar, utilizamos en predimensionado. Predimensionamos solo al momento del pórtico principal con cuantías muy bajas, del orden de 0,25.

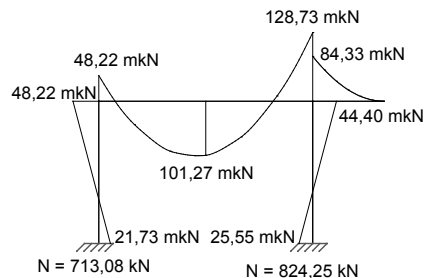
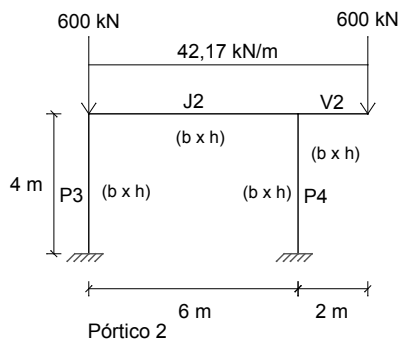
Utilizamos esta estructura como ejemplo de todos los temas del libro aplicados al pilar P4 y a la jácena J2 del pórtico 2, por lo cual siempre se mantienen estos datos generales de partida.



Datos generales:

- Hormigón HA-25 - $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- Acero B 500 S - $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$ $\gamma_f = 1,5$
- $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$
- $E_c = 27.300 \text{ N/mm}^2$
- Condición de partida base = 25 cm en todas las secciones del pórtico 2

Estados de cargas y diagramas de momentos característicos del pórtico 2

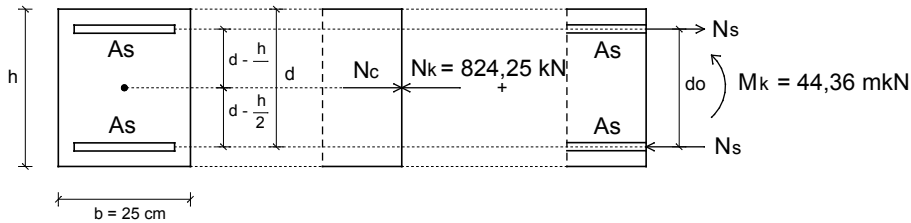




2.3.1 Predimensionado del pilar P4

Esfuerzos característicos predimensionados:

$$\begin{aligned} \text{Axil} \quad N_k &= 824,25 \text{ kN} \quad (1.236,37/1,5) \\ \text{Momento } M_k &= 44,40 \text{ mkN} \quad (66,6/1,5) \end{aligned}$$



Primero predimensionamos la sección para soportar el axil sin armadura ($b = 25 \text{ cm}$), después comprobamos las excentricidades mínimas y la cuantía necesaria para soportar el momento en el plano principal y, en función de esta cuantía, se modifica o no se modifica la sección.

Axil:

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd}} = \frac{824,25 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{25/1,5} = 74.182,5 \text{ mm}^2 = 741,8 \text{ cm}^2 \Rightarrow 25 \times 29,7 \Rightarrow 25 \times 30$$

Con esta aproximación de sección podemos comprobar las excentricidades mínimas y la cuantía de armadura necesaria en el plano principal.

Pórtico 2 (sección de $b \times h = 25 \times 30$)

$$\text{Excentricidad inicial: } e = \frac{44,4}{824,25} = 0,054 \text{ m} = 5,4 \text{ cm} > e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ cm} \end{cases}$$

Cuantía para el momento:

$$\omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2 \cdot 44,4 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 300 \cdot 250 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,47$$

Si queremos predimensionar a cuantías bajas, del orden de 0,25, el canto será el siguiente:

$$h = \sqrt{\frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot b \cdot \omega \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 44,4 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 250 \cdot 0,25 \cdot 25/1,5}} = 399,8 \text{ mm} = 39,9 \text{ cm} \Rightarrow h = 40 \text{ cm}$$

El área de acero para este predimensionado y el número de redondos en diámetro 16 mm, por ejemplo, se obtiene a partir de:

$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{44,4 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 400 \cdot 400} = 520,3 \text{ mm}^2 = 5,2 \text{ cm}^2 \Rightarrow 3 \phi 16 \text{ mm}$$

en cada cara



2.3.2 Predimensionado de la jácena J2 (b = 25 cm)

Predimensionado a flexión

El momento más grande es el de la sección derecha, $M_k = 128,73$ mkN
Consideraremos un recubrimiento mecánico de 5 cm y una cuantía mecánica de 0,25

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{\omega \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{128,73 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 0,8 \cdot 250 \cdot 25/1,5}} = 481 \text{ mm} \approx 48 \text{ cm};$$

$$h = d + c = 48 + 5 = 53 \text{ cm} \approx 50 \text{ cm}$$

Si queremos predimensionar el armado con diámetro 20 mm, por ejemplo:

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} = \frac{128,73 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 450} = 536.375 \text{ N} = 536,4 \text{ kN} \Rightarrow 4\phi 20 \text{ mm}$$

Predimensionado a deformaciones

La flecha total en edificación ha de cumplir $f \leq L/250$

En este caso es

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q l^4}{E \cdot I} - \frac{M_{lzk}^- \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} - \frac{M_{der}^- \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot q l^4 - 24 \cdot M_{lzk}^- \cdot l^2 - 24 \cdot M_{der}^- \cdot l^2}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$E_j = 8.500 \cdot \sqrt[3]{25 + 8} \text{ (N/mm}^2\text{)} = 27.300 \text{ N/mm}^2 = 27.300.000 \text{ kN/m}^2$$

$$f = \frac{5 \cdot 42,17 \cdot 6^4 - 24 \cdot 48,22 \cdot 6^2 - 24 \cdot 128,73 \cdot 6^2}{384 \cdot 27.300.000 \cdot (0,25 \cdot 0,5^3/12)} = 0,0044 \text{ m} = 4,4 \text{ mm}$$

A plazo infinito se puede aproximar el valor de la flecha multiplicándola por 4.

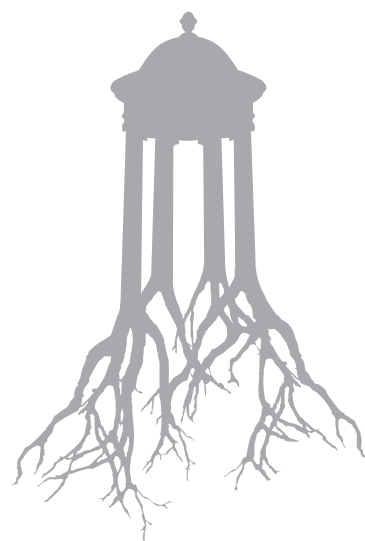
$$f_{tot} = 4,4 \cdot 4 = 17,6 \text{ mm} < \frac{L}{250} = \frac{6.000}{250} = 24 \text{ mm} \Rightarrow \text{cumple}$$

Si conocemos el porcentaje de cargas permanentes y sobrecargas respecto del total, podemos determinar la deformación correspondiente a cada carga y aproximar la flecha activa.

Suponemos en este caso un 60 % de cargas permanentes y un 40 % de sobrecargas.

$$f_{act} = 2,2 \cdot (0,6 \cdot 4,4) + (0,4 \cdot 4,4) = 7,6 \text{ mm} < \left| \frac{L}{400} = \frac{6.000}{400} = 15 \text{ mm} \right| \Rightarrow \text{cumple}$$

10 mm



→ 3



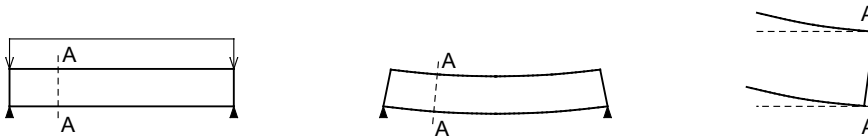
Cálculo en rotura

El cálculo en rotura es uno de los métodos para comprobar secciones sometidas a tensiones longitudinales de tracción y compresión provocadas por los esfuerzos axiles y momentos flectores.

3.1 Hipótesis básicas

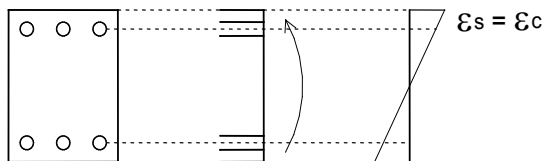
a) Hipótesis de Bernoulli, Navier

Las secciones planas se mantienen planas después de la deformación.



b) Compatibilidad de deformaciones de los dos materiales (acero y hormigón)

La deformación del acero es igual a la del hormigón que lo rodea.

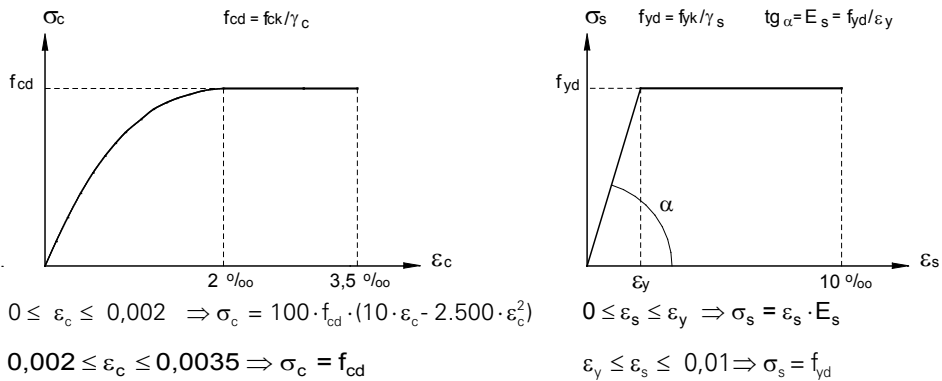


c) El hormigón no trabaja a tracción

No se considera la resistencia del hormigón a tracción, $f_{ct,k}$.



d) Diagramas de cálculo $\sigma - \varepsilon$ (coeficientes de seguridad). Se considera $\alpha_{cc} = 1$



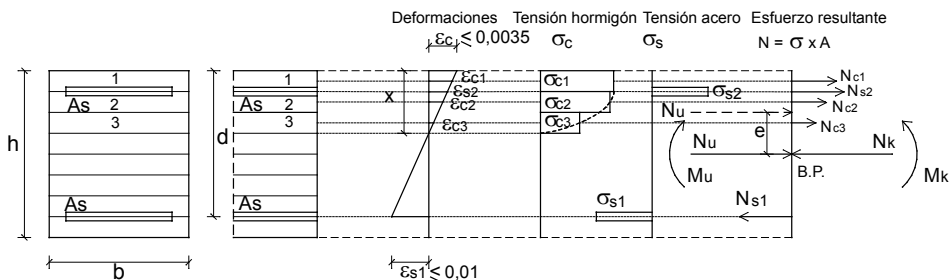
3.2 Proceso general

En el cálculo en rotura de una sección rectangular de hormigón, con armadura simétrica, con una profundidad de línea neutra x , determinamos el diagrama de deformaciones de manera que uno u otro material, o ambos a la vez, estén sometidos a la máxima deformación.

3.2.1 Discretización en franjas

Para simplificar, se divide la sección en franjas considerando que todos los puntos de una misma franja tienen la misma deformación (la del centro de la franja) y, por tanto, la misma tensión.

En este caso, con esta posición de línea neutra, solo las tres franjas superiores de hormigón trabajan a compresión.



Se conocen las dimensiones de la sección y el área de armadura de cada cara. A partir del diagrama de deformaciones, se obtienen las deformaciones de cada una de las franjas comprimidas y del acero. A través de los diagramas tensión-deformación, se obtienen las tensiones y, por tanto, en función del área, la fuerza resultante de cada franja y del acero. Como resultado de todas las fuerzas, se obtiene el esfuerzo último N_u y su punto de aplicación. Este axil, referido al baricentro plástico de la sección, produce un momento M_u .

El par de esfuerzos N_u y M_u es el que puede resistir la sección, por tanto, han de ser mayores o iguales que los esfuerzos exteriores mayorados.

$$N_u = N_{c1} + N_{c2} + N_{c3} + N_{s2} - N_{s1}$$

$$M_u = N_u \cdot e$$

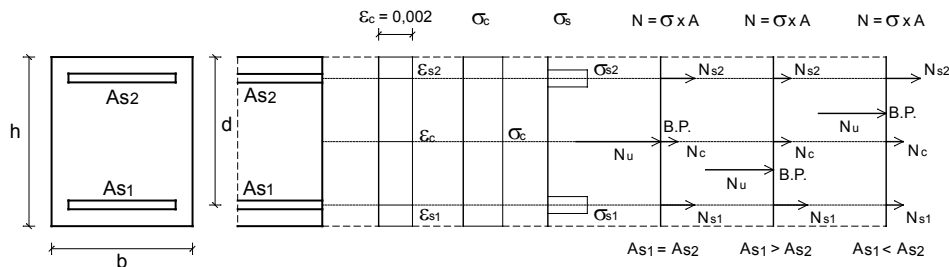
$$N_u \geq N_k \cdot \gamma_f = N_d$$

$$M_u \geq M_k \cdot \gamma_f = M_d$$

3.2.2 Baricentro plástico

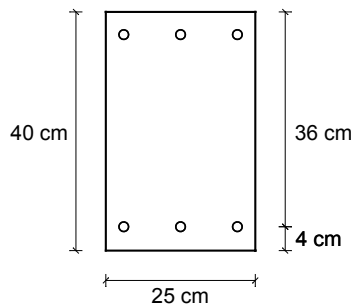
Es el punto de la sección en el que si aplicamos un esfuerzo axial, la pieza queda sometida a compresión simple (acortamientos iguales en todos los puntos de la sección). Así pues, para encontrar este punto, el procedimiento es el inverso: imponemos la deformación máxima en compresión simple $\varepsilon_c = \varepsilon_s = 0,002$ y mediante el proceso de cálculo en rotura obtenemos el esfuerzo resultante y su punto de aplicación.

En secciones simétricas de forma y armadura ($A_{s1} = A_{s2}$), el baricentro plástico coincide con el centro de gravedad de la sección, pero no es así si la armadura o la forma de la sección no es simétrica.



3.3 Ejemplo

Cálculo del par de esfuerzos que puede resistir la sección de un pilar de base = 25 cm, canto = 40 cm, con un área de acero = 3 ϕ 16 en cada cara, considerando la línea neutra a 16 cm del borde superior.



Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
 Acero B 500 S $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$
 $\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$
 $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$
 $A_{s3 \phi 16} = 6,032 \text{ cm}^2$

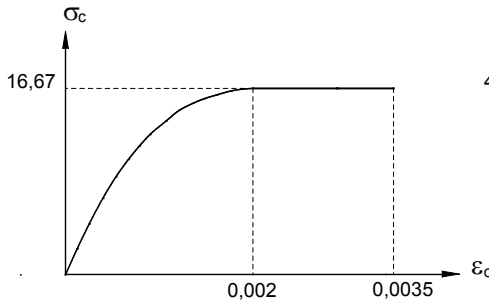


a) Diagramas de cálculo

Diagramas que relacionan las deformaciones con las tensiones que las producen con los valores numéricos de las resistencias de cálculo de cada material.

Hormigón

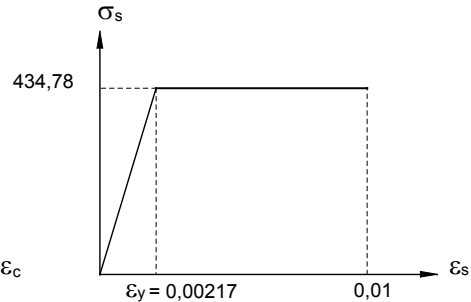
$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2$$



Acero

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_y = \frac{434,78}{2 \cdot 10^5} = 0,00217$$



$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0,002 \Rightarrow \sigma_c = 100 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c^2)$$

$$0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \Rightarrow \sigma_c = f_{cd} = 16,67 \text{ N/mm}^2$$

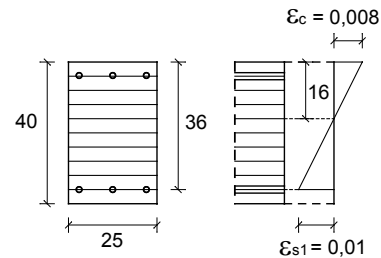
$$\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq 0,01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

Para cada posición de línea neutra, con deformación máxima en cualquiera de los dos materiales, la sección puede resistir un par de esfuerzos N_d , M_d .

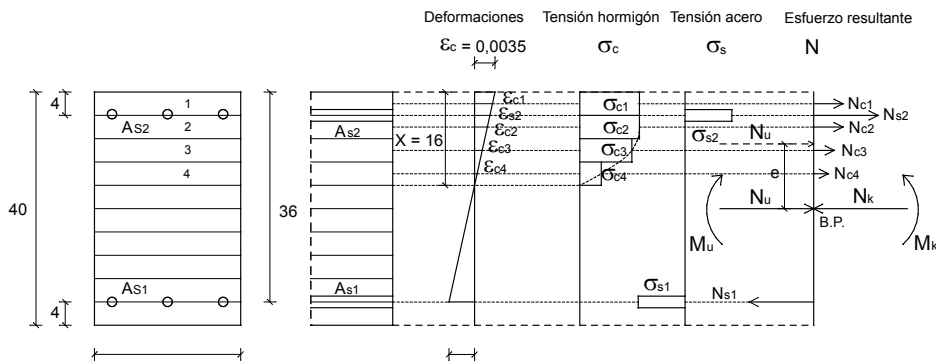
En este ejemplo consideramos la posición de línea neutra $x = 16 \text{ cm}$ y franjas de 4 cm. Al calcular con el método de división en franjas, cuanto más delgadas sean más exacto será el resultado.

b) Determinación del diagrama de deformaciones de rotura

Para determinar el diagrama de deformaciones de rotura, suponemos inicialmente que la deformación máxima se produce en el acero, $\varepsilon_{s1} = 0,01$, y comprobamos que, con la posición de línea neutra $x = 16 \text{ cm}$, la deformación en el hormigón ($\varepsilon_c = 0,008$) superaría la máxima admisible, por tanto, el diagrama queda determinado por la deformación máxima en el hormigón ($\varepsilon_c = 0,0035$).



$\varepsilon_{s1} = 0,01 \Rightarrow \frac{0,01}{20} = \frac{\varepsilon_c}{16} \Rightarrow \varepsilon_c = 0,008 > 0,0035 \Rightarrow$ se superaría la deformación máxima del hormigón $\Rightarrow \varepsilon_c = 0,0035$



Por proporcionalidad de triángulos, obtenemos las deformaciones de cada una de las franjas comprimidas del hormigón (las traccionadas no las tenemos en cuenta) y del área de acero comprimido y del traccionado.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c1} &= \frac{0,0035 \cdot 14}{16} = 0,0031; & \varepsilon_{c2} &= \frac{0,0035 \cdot 10}{16} = 0,0022; & \varepsilon_{c3} &= \frac{0,0035 \cdot 6}{16} = 0,0013 \\ \varepsilon_{c4} &= \frac{0,0035 \cdot 2}{16} = 0,0004; & \varepsilon_{s1} &= \frac{0,0035 \cdot 20}{16} = 0,0044; & \varepsilon_{s2} &= \frac{0,0035 \cdot 12}{16} = 0,0026\end{aligned}$$

c) Determinación de tensiones y axiles al acero

De la mateixa manera que en el cas anterior, obtenim les tensions i, per tant, l'axial aplicat en l'àrea d'acer comprimit i del traccionat.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{s1} &= 0,0044 \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2; & N_{s1} &= 434,78 \cdot 603,2 = 262,26 \text{ kN} \\ \varepsilon_{s2} &= 0,0026 \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2; & N_{s2} &= 434,78 \cdot 603,2 = 262,26 \text{ kN}\end{aligned}$$

d) Determinación de tensiones y axiales al hormigón

A través del diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$, obtenemos los valores de las tensiones de cada área de acero de la manera siguiente: si la deformación es mayor o igual al límite elástico ε_y , la tensión es la máxima, en caso contrario, la encontramos a través de la ecuación de la recta $\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$. El axil es el producto de la tensión por el área de la sección de acero.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c1} &= 0,0031 \Rightarrow \sigma_{c1} = 16,67 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow N_{c1} = 16,67 \cdot 250 \cdot 40 = 166.700 \text{ N} = 166,7 \text{ kN} \\ \varepsilon_{c2} &= 0,0022 \Rightarrow \sigma_{c2} = 16,67 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow N_{c2} = 16,67 \cdot 250 \cdot 40 = 166.700 \text{ N} = 166,7 \text{ kN} \\ \varepsilon_{c3} &= 0,0013 \Rightarrow \sigma_{c3} = 100 \cdot 16,67 \cdot (10 \cdot 0,0013 - 2.500 \cdot 0,0013^2) = 14,63 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_{c3} = 14,63 \cdot 250 \cdot 40 = 146.300 \text{ N} = 146,3 \text{ kN} \\ \varepsilon_{c4} &= 0,0004 \Rightarrow \sigma_{c4} = 100 \cdot 16,67 \cdot (10 \cdot 0,0004 - 2.500 \cdot 0,0004^2) = 6 \text{ N/mm}^2 \\ &\Rightarrow N_{c4} = 6 \cdot 250 \cdot 40 = 60.000 \text{ N} = 60 \text{ kN}\end{aligned}$$



e) Axil resultante

Es el esfuerzo resultante de los axiles parciales de compresión de cada franja más el axil del acero comprimido menos el axil del acero traccionado.

$$N_u = 166,7 \cdot 2 + 146,3 + 60 + 262,26 - 262,26 = 539,7 \text{ kN}$$

f) Momento resultante

Es el que provoca el axil resultante respecto del baricentro plástico de la sección, que en este caso coincide con el centro de gravedad. Se puede calcular de dos maneras: encontrando el punto de aplicación de la axil total y, por tanto, el momento será el producto de la axil por la excentricidad respecto al baricentro plástico; o por la suma de los momentos que provocan los axiles parciales respecto al baricentro plástico.

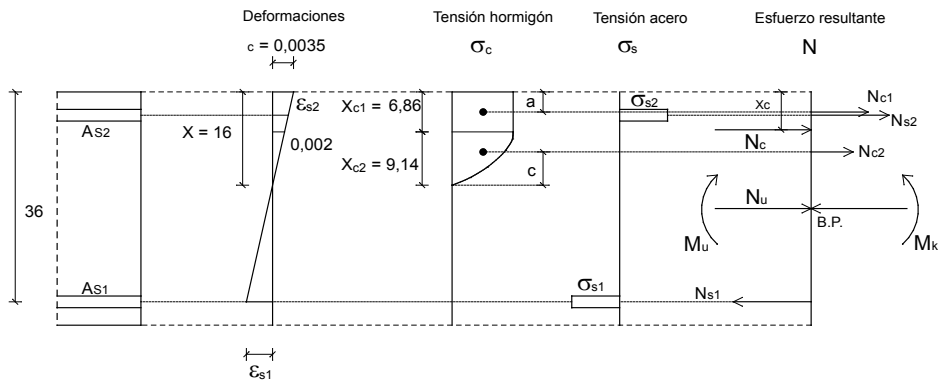
$$M_u = 166,7 \cdot 0,18 + 166,7 \cdot 0,14 + 143,3 \cdot 0,1 + 60 \cdot 0,06 + (262,26 \cdot 0,16) \cdot 2 = 155,2 \text{ mkN}$$

Excentricidad de la axil respecto del baricentro plástico

$$M_u = N_u \cdot e \Rightarrow e = \frac{M_u}{N_u} = \frac{155,2}{539,7} = 0,287 \text{ m} = 28,7 \text{ cm}$$

El mismo caso anterior pero considerando el cálculo exacto, sin dividir el hormigón en franjas, daría el resultado siguiente:

a) Determinación de las deformaciones



Por proporcionalidad de triángulos obtenemos el punto X_{c2} , a partir del cual la deformación del hormigón es inferior a 0,002, y las deformaciones del área de acero comprimido y del traccionado.

$$\frac{0,0035}{16} = \frac{0,002}{x_{c2}} \Rightarrow x_{c2} = 9,14 \text{ cm}; \quad x_{c1} = x - x_{c2} = 16 - 9,14 = 6,86 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0,0035 \cdot 20}{16} = 0,0044; \quad \varepsilon_{s2} = \frac{0,0035 \cdot 12}{16} = 0,0026$$

b) Determinación de tensiones y axiles al acero

Como en el caso anterior, obtenemos las tensiones y, por tanto, el axil aplicado en el área de acero comprimido y del traccionado.

$$\varepsilon_{s1} = 0,0044 \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2; \quad N_{s1} = 434,78 \cdot 603,2 = 262,26 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,0026 \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2; \quad N_{s2} = 434,78 \cdot 603,2 = 262,26 \text{ kN}$$

c) Determinación de tensiones y axiles en el hormigón

La deformación de la parte de hormigón comprimido correspondiente a $x_{c1} = 6,86$ cm es superior a 0,002 y, por tanto, la tensión en todos los puntos será la máxima, 16,67 N / mm². El axil es el producto de la tensión por el área:

$$N_{c1} = 250 \cdot 68,6 \cdot 16,67 = 285.890,5 \text{ N} = 285,89 \text{ kN}$$

La deformación de la parte de hormigón comprimido correspondiente a $x_{c2} = 9,14$ cm varía en cada punto desde 0 hasta 0,002. Si no hacemos la simplificación anterior de considerar franjas de puntos con la misma deformación y, por tanto, tensión, la tensión también varía en cada punto según la ley de la parábola del diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$, $\sigma_c = 100 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c^2)$.

En este caso, obtenemos el axil de esta parte como el producto de su base por la integral de tensiones desde $x = 0$ hasta $x = 9,14$ cm.

$$\begin{aligned} N_{c2} &= b \cdot \int_0^{91,4} 100 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c^2) dx = b \cdot \int_0^{91,4} 100 \cdot f_{cd} \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{0,0035}{16} \right) \cdot x - 2.500 \cdot \left(\frac{0,0035}{16} \cdot x \right)^2 \right] \cdot dx = \\ &= b \cdot 100 \cdot f_{cd} \cdot \int_0^{91,4} (0,0002187 \cdot x - 0,000001196 \cdot x^2) \cdot dx = \\ &= 250 \cdot 100 \cdot 16,67 \cdot \left[0,0002187 \cdot \frac{x^2}{2} - 0,000001196 \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^{91,4} = 253.843,6 \text{ N} = 253,84 \text{ kN} \end{aligned}$$

d) Axil resultante en el hormigón. Es la suma de los axiles de las dos zonas comprimidas, x_{c1} y x_{c2}

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} = 285,89 + 253,844 = 539,734 \text{ kN}$$

e) Posición de la resultante del hormigón

$$\text{Zona rectangular } a = \frac{6,86}{2} = 3,43 \text{ cm} \quad (\text{véase el dibujo anterior})$$



$$\begin{aligned}
 \text{Zona parabólica } c &= \frac{b \cdot 100 \cdot f_{cd} \cdot \int_0^{91,4} (0,0002187 \cdot x^2 - 0,000001196 \cdot x^3) \cdot dx}{b \cdot 100 \cdot f_{cd} \cdot \int_0^{91,4} (0,0002187 \cdot x - 0,000001196 \cdot x^2) \cdot dx} = \\
 &= \frac{\left[0,0002187 \cdot \frac{x^3}{3} - 0,000001196 \cdot \frac{x^4}{4} \right]_0^{91,4}}{\left[0,0002187 \cdot \frac{x^2}{2} - 0,000001196 \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^{91,4}} = 57,13 \text{ mm} = 5,71 \text{ cm} \\
 \text{Resultante del hormigón } x_c &= \frac{285,89 \cdot 3,43 + 253,844 \cdot (16 - 5,71)}{539,734} = 6,66 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

f) Esfuerzos finales

$$M_u = 539,734 \cdot (0,2 - 0,0666) + 262,26 \cdot (0,2 - 0,04) + 262,26 \cdot (0,2 - 0,04) = 155,92 \text{ m kN}$$

$$N_u = N_{c1} + N_{c2} + N_{s2} - N_{s1} = 285,89 + 253,844 + 262,26 - 262,6 = 539,734 \text{ kN}$$

Si comparamos estos resultados con los obtenidos con el método aproximado anterior ($N_u = 539,7 \text{ kN}$, $M_u = 155,2 \text{ m kN}$) vemos que el error es despreciable.

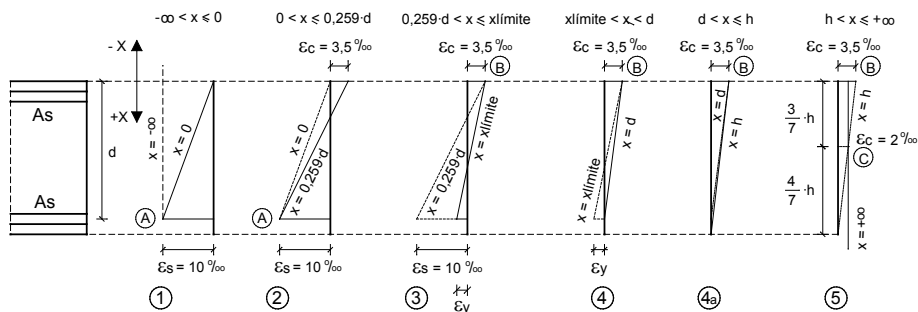
Al variar la posición de la línea neutra, si analizamos para cada caso la deformación máxima posible de algunos de los dos materiales (hormigón, acero) obtendremos dos esfuerzos finales (axil y momento), diferentes para cada situación planteada.

Esto significa que cada posible deformación de rotura está ocasionada por un par de esfuerzos (axil y momento) con valores diferentes en cada caso según si la línea neutra está más arriba o más abajo.

3.4 Dominios de deformación

El abanico de posibles deformaciones de rotura (diferentes posiciones de la línea neutra) se divide en diferentes dominios.

En el caso de secciones de hormigón armado, con armadura simétrica A_s , el abanico de deformaciones de rotura está comprendido entre la posición de línea neutra $x = -\infty$ hasta $x = +\infty$.



a) Dominios 1 y 2

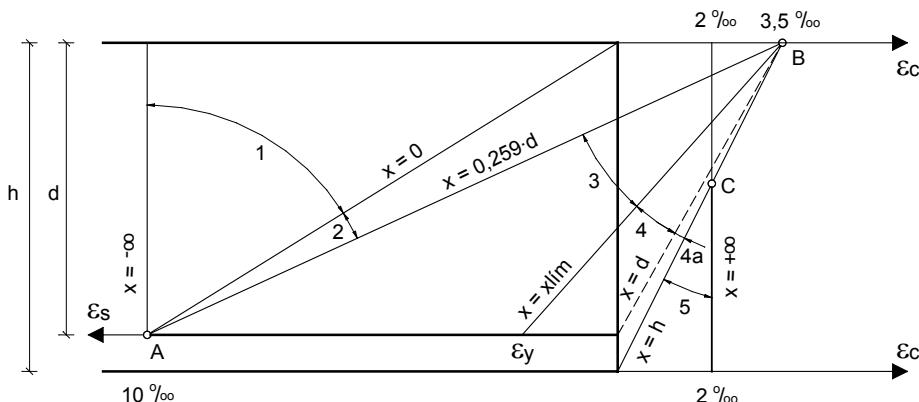
En el diagrama de rotura de la sección, la línea neutra variará desde $x = -\infty$ hasta $x = 0,259 \cdot d$. La máxima deformación, límite de rotura, será la del acero traccionado. Las rectas de deformación para todos los casos dentro de estos dominios pivotarán sobre el punto A. La sollicitación resultante en el dominio 1 se inicia con la tracción simple y comprende todos los casos de tracción compuesta. El dominio 2 comprende los casos de flexión compuesta con predominio de la tracción (flexotracción), el caso concreto de la flexión simple, y los primeros casos de flexión compuesta, con predominio de la compresión (flexo-compresión), hasta llegar a la máxima deformación del hormigón.

b) Dominios 3, 4 y 4a

El diagrama de rotura de la sección variará desde $x = 0,259 \cdot d$ hasta $x = h$. La máxima deformación, límite de rotura, será la del hormigón comprimido. Las rectas de deformación para todos los casos dentro de estos dominios pivotarán sobre el punto B. La sollicitación resultante en estos dominios comprende el resto de casos de flexión compuesta con predominio de la compresión (flexo-compresión), desde $x = 0,259 \cdot d$ hasta $x = h$, punto en que toda la sección estará comprimida. Hasta este punto, de la zona comprimida del hormigón, (profundidad x), las 3/7 partes están por encima de la plastificación (deformación superior a 0,002) y las 4/7 partes, por debajo. Es importante mantener esta proporción para evitar la rotura por plastificación de la sección que se produce cuando se supera el 0,002 en más de la mitad de la sección.

c) Dominio 5

El diagrama de rotura de la sección variará desde $x = h$ hasta $x = +\infty$. Las rectas de deformación para todos los casos dentro de este dominio pivotarán sobre el punto C (deformación = 0,002) para mantener la proporción de los 4/7 de hormigón comprimido por debajo de 0,002. La sollicitación resultante es de compresión compuesta, hasta llegar a la compresión simple para $x = +\infty$





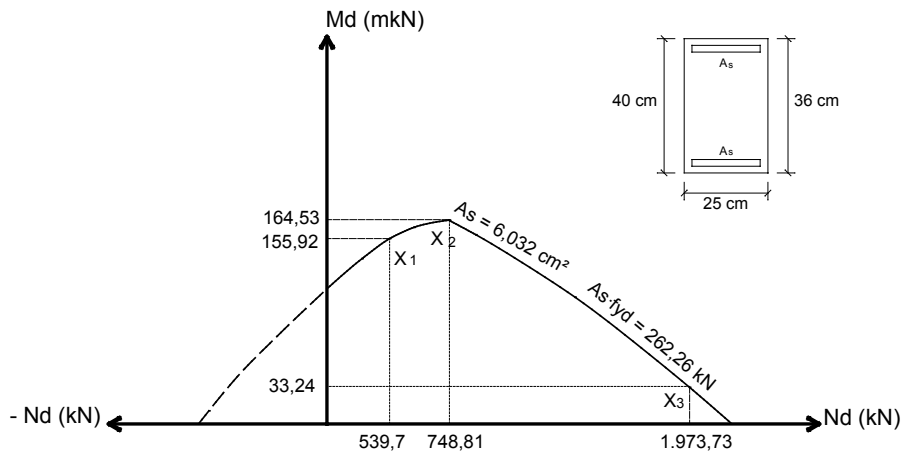
3.5 Representación gráfica

Los pares de esfuerzos obtenidos para cada variación de la posición de la línea neutra se pueden representar gráficamente. Se representan los valores de los esfuerzos mayorados y no los característicos ya que el coeficiente de mayoración de cargas dependerá de los porcentajes de cargas permanentes sobre la total, y no siempre será el mismo.

En el ejemplo anterior del pilar de 25 x 40 (b x h), podemos representar los esfuerzos obtenidos en el punto x_1 , con línea neutra $x = 16$ cm. Asimismo, mediante la división en franjas de 4 cm, obtendríamos los resultados siguientes en los puntos x_2 , con $x = x_{lim} = 22,2$ cm y x_3 , con $x = 60$ cm.

Punto x_1	$x=16$ cm	Punto x_2	$x=60$ cm	Punto x_3	$x=22,2$ cm
	$\epsilon_c=0,0035$		$\epsilon_c=0,0021$		$\epsilon_c=0,0035$
	$\epsilon_s=0,004$		$\epsilon_s=0,00112$		$\epsilon_s=\epsilon_y=0,0021$
	$N_d=539,7$ kN		$N_d=1.973,73$ kN		$N_d=748,81$ kN
	$M_d=155,92$ mkN		$M_d=33,24$ mkN		$M_d=164,53$ mkN

Calculando el resto de puntos, obtendríamos la curva de rotura de esta sección para un armado de 3 ϕ 16 en las dos caras. Es lo mismo decir que esta curva corresponde a un armado de 3 ϕ 16 por cara, que referirse a su área $A_s = 6,032$ cm², a su capacidad mecánica $A_s \cdot f_{yd} = 262,26$ kN, o a la cuantía mecánica de la sección $\omega = (A_{stot} \cdot f_{yd}) / (A_c \cdot f_{cd}) = 262,260 \cdot 2 / (250 \cdot 400 \cdot 25/1,5) = 0,32$.



Definición de parámetros del hormigón:

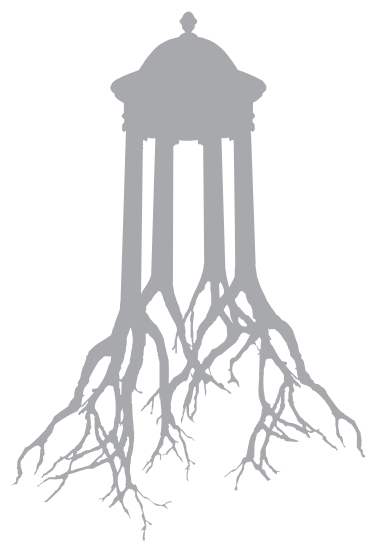
Capacidad mecánica del acero $U_s = A_s \cdot f_{yd}$ Capacidad mecánica del hormigón $U_c = A_c \cdot f_{cd}$

Cuantía geométrica $\rho = \frac{A_{stot}}{A_c}$

Cuantía mecánica $\omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

Axil adimensional $\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$

Momento adimensional $\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$





Flexo-compresión compuesta

La sollicitación de flexión o compresión compuesta, $N \neq 0$ y $M \neq 0$, básicamente se produce en pilares y elementos verticales similares en los que, por facilidad constructiva y de cálculo, la armadura se coloca simétricamente en las dos caras.

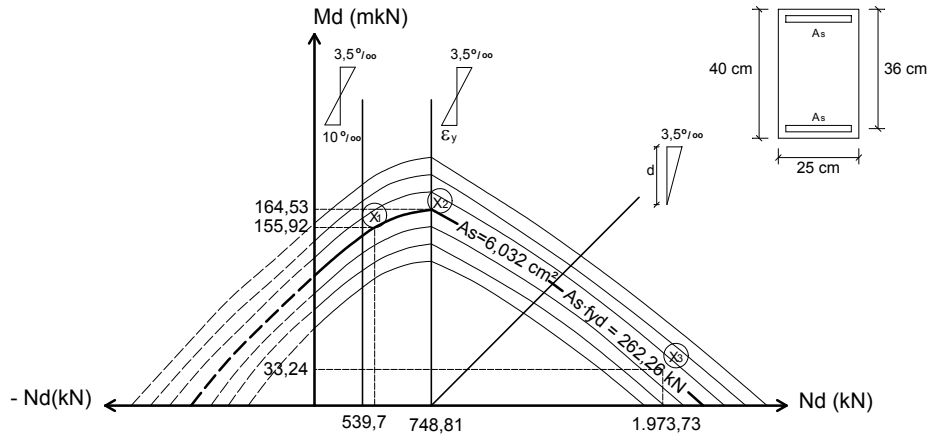
4.1 Generación de ábacos

En el capítulo anterior, hemos desarrollado el ejemplo de un pilar de $25 \times 40 \text{ cm}^2$ con un armado de $3 \phi 16 \text{ mm}$ en cada cara, hasta llegar a obtener el gráfico de la curva que representa todos los puntos de rotura por las diferentes deformaciones límite posibles.

Si proseguimos de la misma manera, pero partiendo de un armado inferior, obtendremos una curva homotética a la anterior y por debajo de aquella. Si partimos de un armado superior, la curva homotética que obtenemos se situaría por encima de la primera.

De este modo, podemos generar un ábaco donde queden representados todos los pares de esfuerzos (axil y momento) que puede resistir esta sección con las diferentes cantidades de armadura, desde cuantía mínima hasta cuantía máxima.

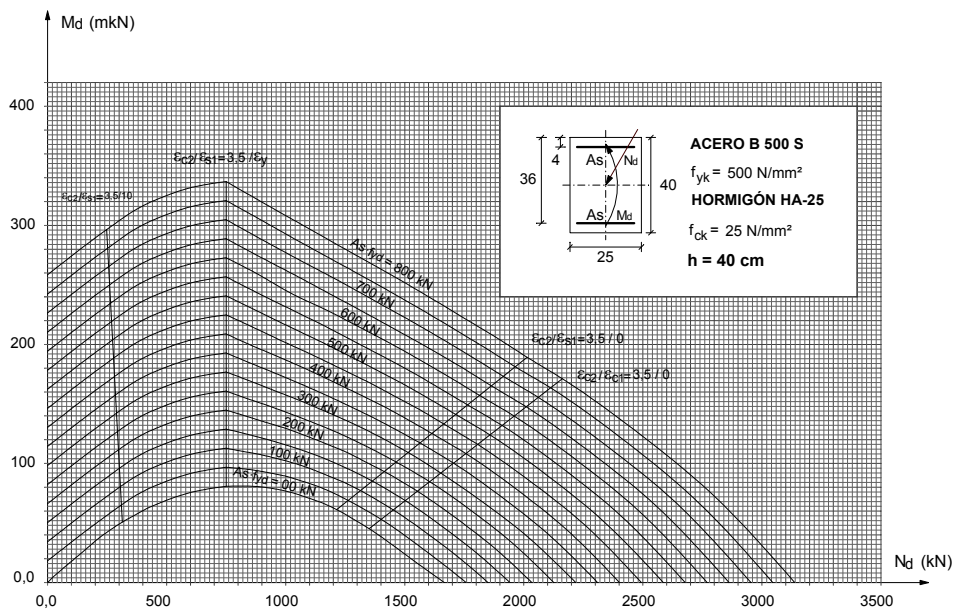
Este ábaco será la herramienta necesaria para resolver el proceso inverso, que es lo que interesa. Se trata de encontrar el armado necesario para soportar los esfuerzos que actúan sobre la sección.



Este ábaco no es genérico, ya que depende de las dimensiones de la sección ($b \times h$), las resistencias de los materiales (f_{ck} , f_{yk}), los coeficientes de seguridad (γ_c , γ_s) y los recubrimientos mecánicos de la armadura ($h - d$). En caso de que sean diferentes, necesitaremos otro ábaco correspondiente a los nuevos datos.

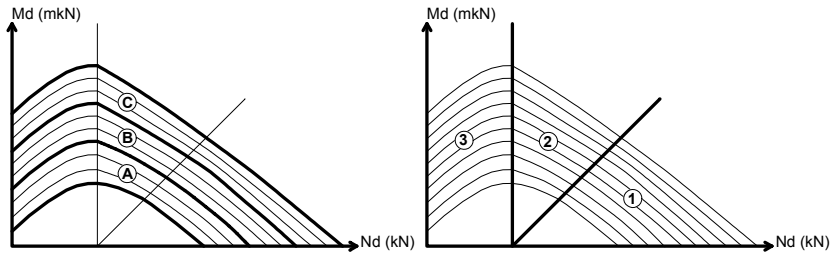
Los ábacos normalmente no incluyen los axiles negativos de tracción, ya que el hormigón armado no es el material adecuado para resistir este esfuerzo. Se pueden elaborar de muchas maneras, con los esfuerzos característicos o mayorados, que representen las curvas de área de armadura, de capacidad mecánica o cuantía mecánica.

Diagrama para flexión o compresión compuesta de una sección de 25 x 40 cm





En la lectura de los ábacos podemos hacer las interpretaciones siguientes:



1) Según la cuantía de armadura

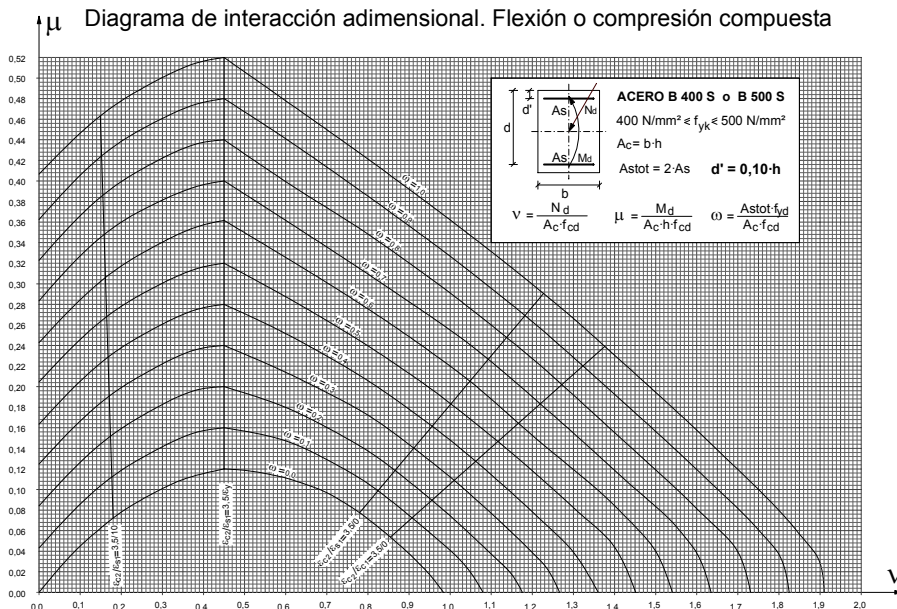
- A. Cuantía baja
- B. Cuantía media
- C. Cuantía alta

2) Según el dominio de deformación

- 1. Toda la sección comprimida
 - 2. Compresiones y tracciones. Alargamientos $< \epsilon_y$
 - 3. Compresiones y tracciones. Alargamientos $> \epsilon_y$
- Hay que comprobar la fisuración

Para más generalidad, se pueden elaborar ábacos adimensionales que servirán para cualquier tipo de sección ($b \times h$), coeficientes de seguridad y resistencia característica del hormigón (siempre que no sea hormigón de alta resistencia, es decir, hasta resistencia característica 50 N/mm²).

Sin embargo, será necesario un ábaco diferente cuando cambie el recubrimiento mecánico d' ($d' = h - d$), frente al canto de la sección h , o para cada resistencia característica del acero (B 400 S o B 500 S).

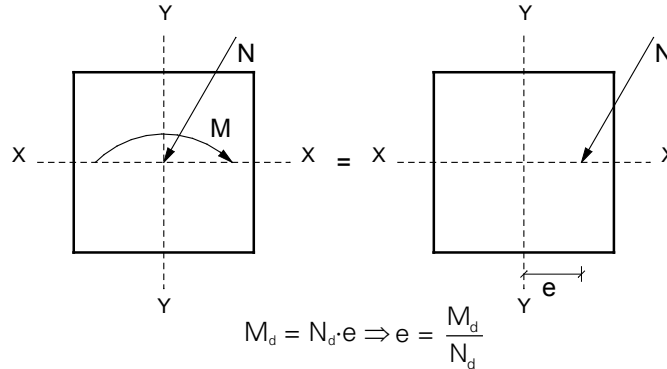


Este ábaco y otros se encuentran en el capítulo 10. Se han elaborado para acero B 500 S, pero también se pueden utilizar para acero B 400 S, ya que las diferencias son despreciables y, en todo caso, por el lado de la seguridad.



4.2 Comprobaciones anteriores al armado de una pieza comprimida

a) Excentricidad mínima



Se comprobará que la excentricidad con que actúa el axil N_d , respecto del bari-centro plástico de la sección, sea igual o mayor que el valor mínimo siguiente:

$$e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \frac{h}{20} \end{cases} \quad \text{Si } e < e_{\min} \Rightarrow M_d = N_d \times e_{\min}$$

b) Pandeo

El pandeo es una deformación de segundo orden que puede aparecer en una pieza, sometida a un axil de compresión, debido a su esbeltez.

$M_p = N \cdot e_p$

Esbeltez

mecánica	$\lambda_m = \frac{l_o}{i_c} = \frac{\alpha \cdot l}{i_c}$
geométrica	$\lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{\alpha \cdot l}{h}$

λ_{\inf} - Esbeltez límite inferior (véase el capítulo 5, pandeo)

Si $\lambda_m \geq \lambda_{\inf} \Rightarrow$ posibilidad de pandeo

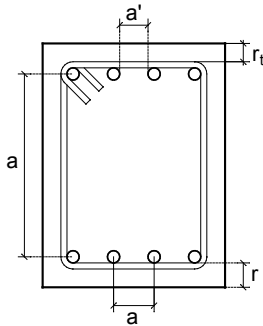
l_o - Longitud de pandeo
 α - Coeficiente de pandeo en función de los vínculos de la barra
 h - Canto de la barra en el plano considerado
 i_c - Radio de giro de la sección de hormigón en la dirección considerada

La comprobación se realiza en los dos planos (principal y secundario).



4.3 Comprobaciones generales de la armadura en pilares o piezas comprimidas

a) Armado longitudinal



Recubrimientos para vida útil, 100 años

$r \geq 3,0$ cm	Ambiente I	(interior seco)
$r \geq 3,5$ cm	Ambiente IIa	(interior húmedo)
$r_t \geq 4,0$ cm	Ambiente IIb	(exterior protegido)
ϕ max		

Si $r \geq 5$ cm \Rightarrow colocar malla de reparto

Si el control de la obra es intenso, los recubrimientos se pueden reducir 5 mm y en piezas prefabricadas, 10 mm.

$$a' \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_{\max} \end{cases}$$

$$a \leq 30 \text{ cm}$$

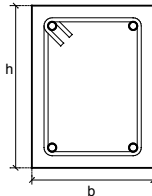
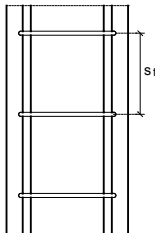
$$TMA \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' \\ 0,8 \cdot r \text{ direc. hormig. perp. armadura} \\ 0,8 \cdot r \text{ direc. hormig. paral. armadura} \end{cases}$$

$$\text{Armadura mínima} \left\{ \begin{array}{l} \rho \geq 0,004; \rho = \frac{A_{stot}}{A_c} \\ A_{stot} \cdot f_{yd} \geq 0,1 N_d \end{array} \right. \quad \text{Armadura máxima } A_{stot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}$$

b) Armado transversal

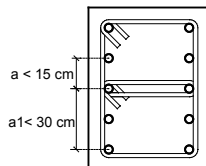
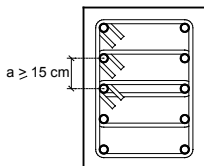
$$\phi_t \geq \begin{cases} 6 \text{ mm (aconsejable)} \\ \frac{1}{4} \phi_{\max} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b \text{ (menor dimensión entre b y h)} \\ 15 \cdot \phi_{\min} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$



si $a \geq 15$ cm:
Hay que colocar estribos en todas las barras.

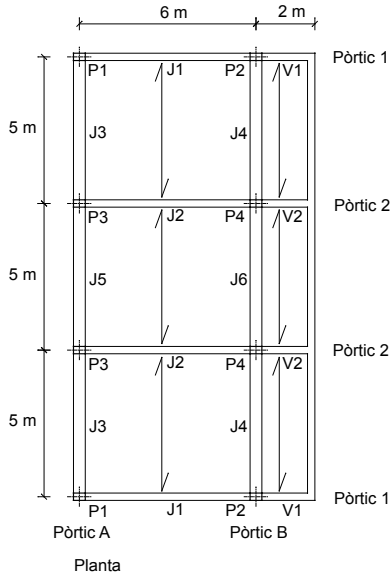
si $a < 15$ cm:
Hay que colocar estribos al menos en la mitad de las barras, de forma que a_1 (distancia entre dos barras estribadas) sea menor de 30 cm y que no queden más de dos barras consecutivas sin estribar.





4.4 Ejemplo de armado del pilar P4 a flexión compuesta

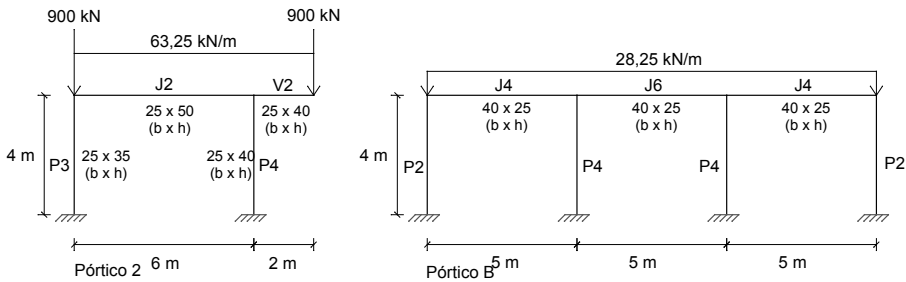
Estado de cargas y diagramas de momentos y axiles mayorados del pórtico principal (pórtico 2) y del secundario (pórtico B) de la estructura expuesta en el capítulo 2. Se utilizan los mismos datos generales del predimensionado.



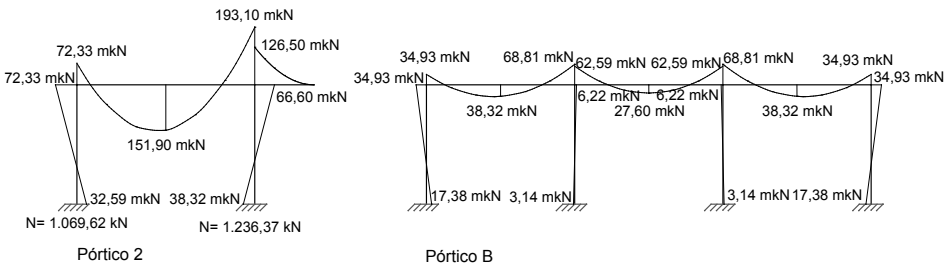
Datos generales:

- Hormigón HA-25
- $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_c = 1,5$
- Acero B 500 S
- $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$
- $E_c = 27.300 \text{ N/mm}^2$

Estado de cargas

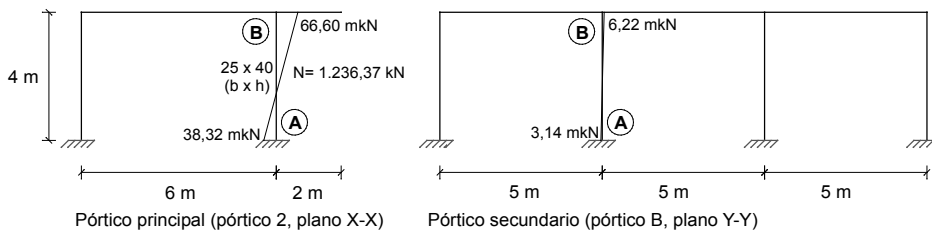


Diagramas de momentos

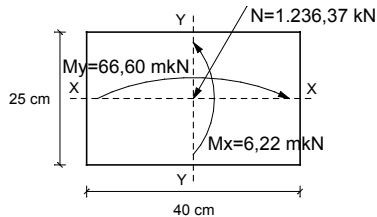




Armado del pilar A-B (pilar P4) del pórtico 2, sin tener en cuenta el efecto de segundo orden (pandeo).



Excentricidades iniciales



$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{6,22}{1.236,37} = 0,005 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{66,60}{1.236,37} = 0,054 \text{ m} = 5,4 \text{ cm}$$

Excentricidades mínimas y momentos finales

- Pórtico principal (pórtico 2). Plano X-X

$$e_{ymin} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{h} = \frac{40}{20} = 2 \text{ cm} \right| \quad e_y > e_{ymin} \Rightarrow M_y = 66,60 \text{ mkN}$$

- Pórtico secundario (pórtico B). Plano Y-Y

$$e_{xmin} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{h} = \frac{25}{20} = 1,25 \text{ cm} \right| \quad e_x < e_{xmin} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{xmin} = 1.236,37 \cdot 0,02 = 24,73 \text{ mkN}$$

La excentricidad del axil en el plano X-X es superior a la mínima y en el plano Y-Y, es inferior. Se armará la sección considerando el axil y el momento del plano X-X ($M_y = 66,60 \text{ MKN}$), ya que el otro momento es incluso inferior al que produce la excentricidad mínima. Finalmente, se comprobará que el armado resultante puede soportar el momento mínimo del plano Y-Y ($M_x = 24,73 \text{ MKN}$).

Entramos en el diagrama con los valores adimensionales del axil y del momento y obtenemos la cuantía mecánica total necesaria (ω) y, por tanto, la capacidad mecánica de acero en cada cara ($A_s \cdot f_{yd}$).

En la tabla de capacidades mecánicas del acero podemos escoger el ϕ y el número de redondos necesarios para cubrir esta capacidad mecánica. También se podría encontrar en la tabla de secciones, si antes hubiésemos obtenido la sección en cada cara ($A_s = A_s \cdot f_{yd} / f_{yd}$).

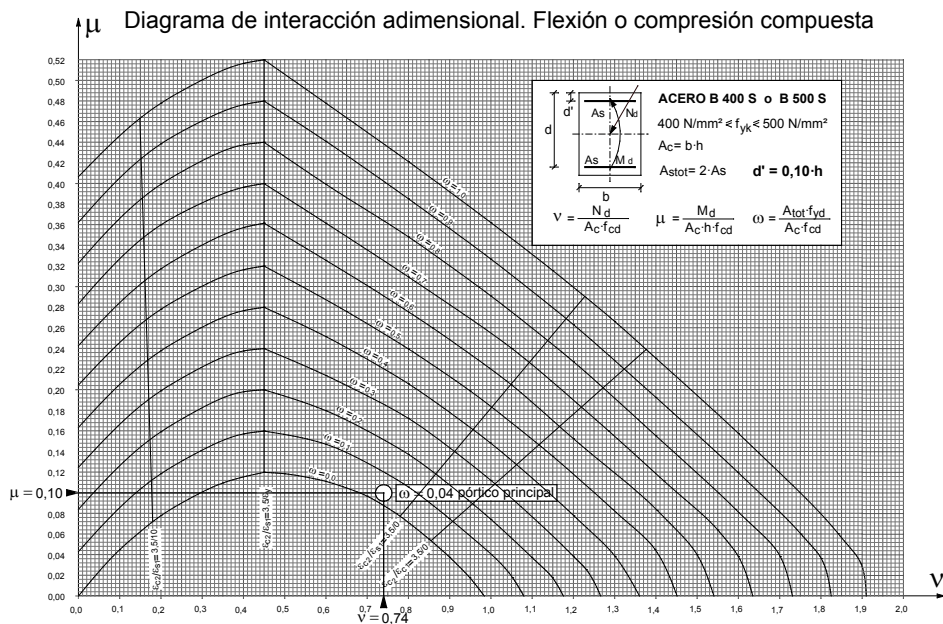


- Armado al momento del plano X-X. Pórtico principal

Valores adimensionales del axil y del momento \Rightarrow obtención de la cuantía mecánica

$$\begin{aligned} v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,74 \\ \mu &= \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{66,6 \cdot 10^6}{250 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,1 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \omega &= 0,04 \quad \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,04 \\ A_{stot} \cdot f_{yd} &= 0,04 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 66.666 \text{ N} \\ A_s \cdot f_{yd} &= \frac{66,67 \text{ kN}}{2} = 33,35 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 1\phi 12 \text{ mm} \\ 1\phi 16 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned} \right.$$

Entrada al diagrama



Obtención del número de redondos en función de su capacidad mecánica

CAPACIDAD MECÁNICA EN kN				ACERO B 500 S				$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$			
$U = A_s \cdot f_{yd}$		$U' = A'_s \cdot f_{yd}$		$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$				$\gamma_s = 1,15$			
Diámetro ϕ (mm)	NÚMERO DE BARRAS										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	12	16	19	22	25	28	32	36	40	45	
	49,17	98,35	147,52	196,69	245,86	295,04	344,21	393,38	442,56	491,73	
	87,42	174,84	262,26	349,67	437,09	524,51	611,93	699,35	786,77	874,18	

La elección del ϕ se hace en función de las dimensiones del pilar (si es posible, que quepan todos en una fila), de la economía (menos capacidad mecánica \Rightarrow menos kilos de acero), por claridad constructiva (mismo tipo de redondos), etc. En este caso, el armado es muy bajo



- Comprobación del armado al momento del plano Y-Y. Pórtico secundario

Valores adimensionales del axil y del momento \Rightarrow obtención de la cuantía mecánica

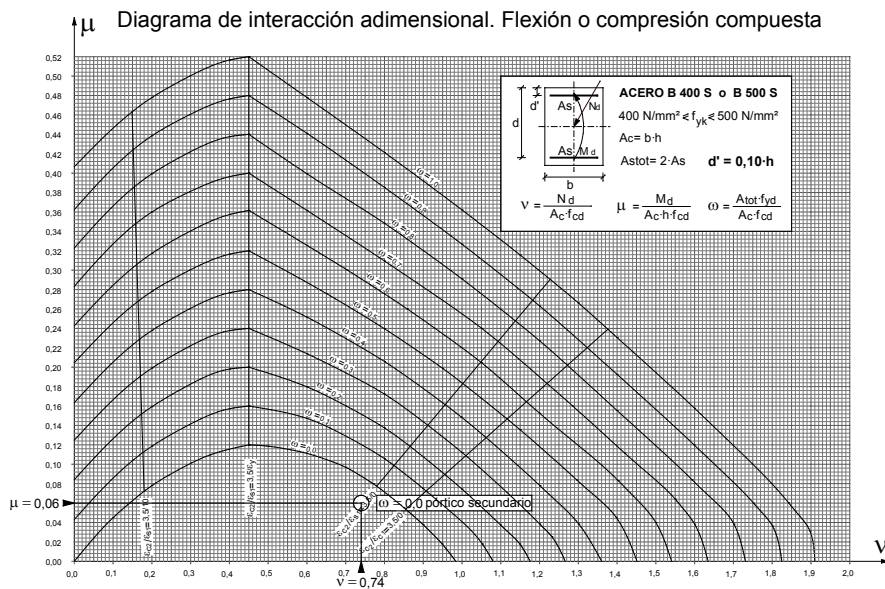
$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,74$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{24,73 \cdot 10^6}{250 \cdot 400 \cdot 250 \cdot 25/1,5} = 0,006$$

$$\omega = 0,00; \quad \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,00$$

armadura mínima

Entrada en el diagrama



Como la cuantía en ambos casos es muy baja o nula, se armará con la armadura mínima.

Condiciones de armadura mínima

$$\rho \geq 0,004; \quad \frac{A_{stot}}{A_c} \geq 0,004; \quad A_{stot} = 25 \cdot 40 \cdot 0,004 = 4 \text{ cm}^2 = 400 \text{ mm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{stot} \cdot f_{yd} = (400 \cdot 500 / 1,15) / 1.000 = 174 \text{ kN}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0,1 \cdot N_d; \quad A_{stot} \cdot f_{yd} = 0,1 \cdot N_d = 0,1 \cdot 1.236,37 = 123,64 \text{ kN}$$

CAPACIDAD MECÁNICA EN kN

ACERO B 500 S

$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

$U = A_s \cdot f_{yd}$

$U' = A'_s \cdot f_{yd}$

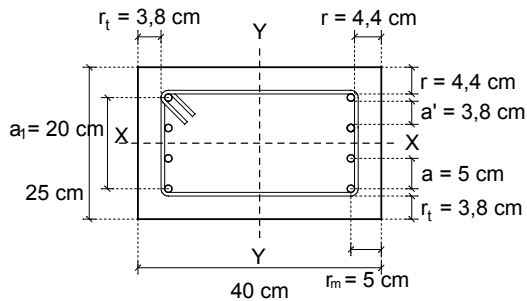
$f_{yd} = f_{yk} / g_s$

$g_s = 1,15$

Diámetro f (mm)	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	49,17	98,35	147,52	196,69	245,86	295,04	344,21	393,38	442,56	491,73
16	87,42	174,84	262,26	349,67	437,09	524,51	611,93	699,35	786,77	874,18

Disposición del armado longitudinal con los 4 ϕ 12 mm y estribos de ϕ 6 mm.

A la hora de colocar el armado longitudinal, en las dos direcciones dejamos 5 cm de distancia desde el eje de la armadura hasta el borde de la sección, $r_m = 5$ cm, de manera que se cumplan las condiciones de recubrimientos, del tamaño máximo del árido (TMA), etc.



$$\left. \begin{array}{l} r = 4,4 \text{ cm} \\ r_t = 4,4 \text{ cm} \end{array} \right| > 3,5 \text{ cm Ambiente IIa}$$

$$a_1 = 15 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$$

$$a' = 3,8 \text{ cm} > \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi = 1,2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$TMA \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' = 30,4 \text{ mm} \\ 0,8 \cdot r = 35,2 \text{ mm} \end{cases}$$

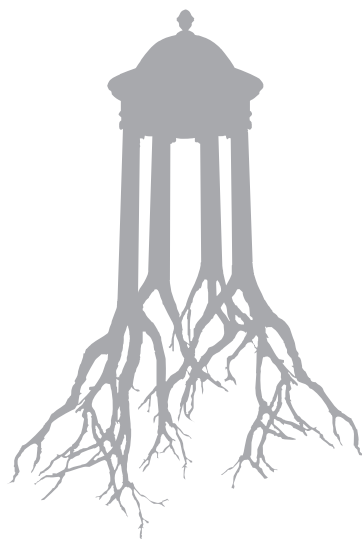
A la hora de colocar el armado longitudinal, en las dos direcciones dejamos 5 cm de distancia desde el eje de la armadura hasta el borde de la sección, $r_m = 5$ cm, de manera que se cumplan las condiciones de recubrimientos, el tamaño máximo del árido (TMA), etc.

Según el diagrama utilizado, en la dirección del pórtico principal, el recubrimiento mecánico ($d' = h - d$) debería ser $d' = 0,10 \cdot h = 0,10 \cdot 40 = 4 \text{ cm}$ y en la dirección del pórtico secundario, $d' = 0,10 \cdot 25 = 2,50 \text{ cm}$, pero en ambos casos el recubrimiento de las armaduras sería demasiado pequeño. En las dos direcciones hay una pequeña pérdida de brazo mecánico de las armaduras y, por tanto, debería hacerse una corrección aumentando la capacidad mecánica de armadura en función de la pérdida de brazo mecánico, pero en este caso no es necesario ya que la armadura viene dada por la cuantía geométrica mínima.

Disposición del armado transversal

$$\phi_t \geq \frac{1}{4} \cdot 12 = 3 \text{ mm} \quad s_t \leq \begin{cases} b = 35 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 1,2 = 18 \text{ cm} \rightarrow \text{estribado} = 1 \text{ e } \phi \text{ 6 mm c/15 cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

Distancia entre centros de gravedad de los redondos $a = 5 \text{ cm} < 15 \text{ cm}$ i distancia $a_1 < 30 \Rightarrow$ estribado perpendicular de la mitad de los redondos.



→ 5



Conceptos de pandeo

El pandeo es un fenómeno de esfuerzo de segundo orden que puede aparecer en una pieza comprimida debido a la deformación producida por su esbeltez geométrica, λ_g , o mecánica, λ_m .

El pandeo teórico de Euler de una pieza comprimida se produce cuando la pieza no recupera la posición inicial tras ser sometida a una determinada carga (carga crítica de Euler).

En el cálculo simplificado del pandeo aumentamos los esfuerzos para acercarnos a las deformaciones reales de las piezas.

5.1 Posibilidad de pandeo

El fenómeno del pandeo se produce y hay que tenerlo en cuenta cuando la esbeltez mecánica de la pieza supera el valor de la esbeltez límite inferior, asociada a una pérdida de capacidad portante del soporte del 10 % respecto de un soporte no esbelto.

Esbeltez mecánica $\lambda_m = \frac{l_o}{i_c} ; i_c = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{b \cdot h^3 / 12}{b \cdot h}} = h \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}$

Esbeltez límite inferior en estructuras traslacionales $\lambda_{inf} = 35 \sqrt{\frac{C}{v} \left[1 + \frac{0,24}{e_2/h} \right]} \leq 100$

Esbeltez límite inferior en estructuras intraslacionales $\lambda_{inf} = 35 \sqrt{\frac{C}{v} \left[1 + \frac{0,24}{e_2/h} + 3,4 \left(\frac{e_1}{e_2} - 1 \right)^2 \right]} \leq 100$



Donde:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

e_2 = excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con el momento mayor, considerada positiva

e_1 = excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con el momento menor, positiva si tiene el mismo signo que e_2

h = canto de la sección en el plano considerado

C = Coeficiente que depende de la disposición de la armadura:

0,24 para armadura simétrica en las caras perpendiculares al plano considerado

0,20 para armadura igual en las cuatro caras

0,16 para armadura simétrica en las caras paralelas al plano considerado

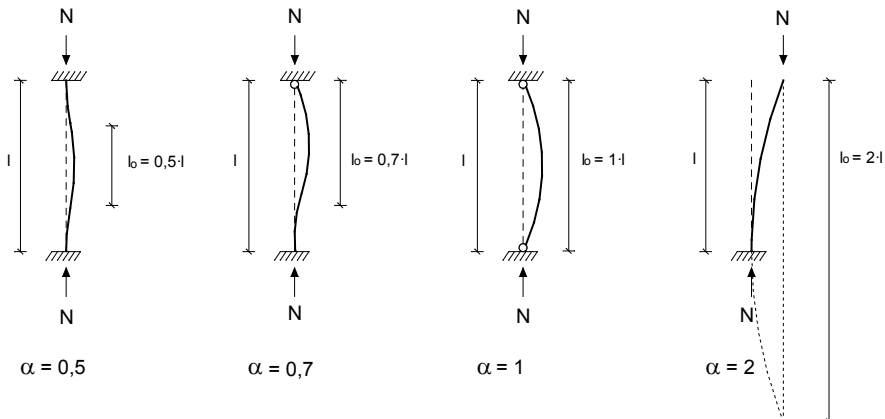
Con esbelteces mecánicas menores a la del límite inferior, no consideramos el aumento de los esfuerzos por deformación.

5.1.1 Longitud de pandeo (l_0)

La longitud de pandeo es la longitud de la barra equivalente biarticulada que mantiene una deformación de pandeo similar a la deformación de la pieza dada.

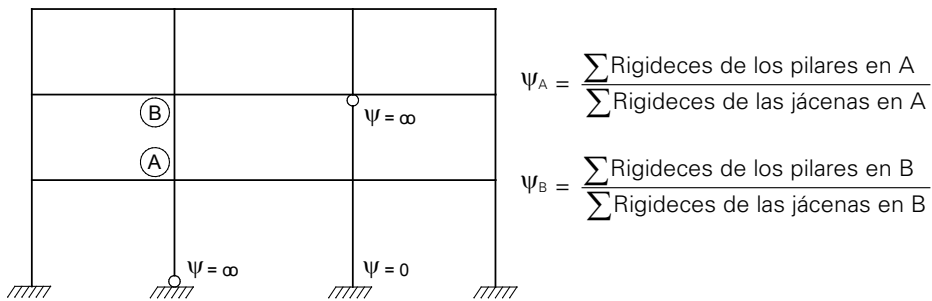
$l_0 = \alpha \cdot l \rightarrow \alpha$ = factor de longitud de pandeo, o coeficiente de pandeo, que depende de los enlaces de la barra con el resto de la estructura.

Valor del coeficiente α : casos puros, pilares aislados



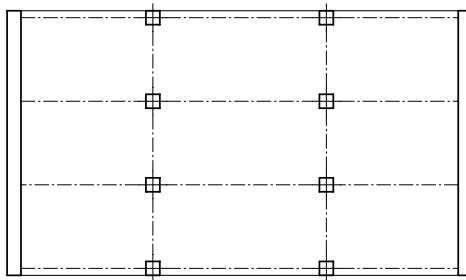
Valor del coeficiente α : pilares en estructuras porticadas

El valor de α depende de la relación de rigideces Ψ_A y Ψ_B (grado de deformabilidad) de los soportes y las vigas que concurren en los nudos extremos de la pieza en compresión considerada, así como de la desplazabilidad de la estructura a la que pertenece (pórtico traslacional o intraslacional).



Para calcular su valor, utilizamos los nomogramas de la página siguiente, o bien las expresiones de abajo, en función de los valores obtenidos de Ψ_A y Ψ_B y de la traslacionalidad de la estructura.

Son estructuras intraslacionales o indesplazables las que se cumplen la condición siguiente:



$$N_d \leq k_1 \frac{n}{n+1,6} \frac{\sum E \cdot I}{h^2}$$

Donde:

n = núm. de plantas de la estructura

h = altura total de la estructura desde la cara superior de la cimentación

N_d = suma de reacciones en la cimentación con la estructura totalmente cargada

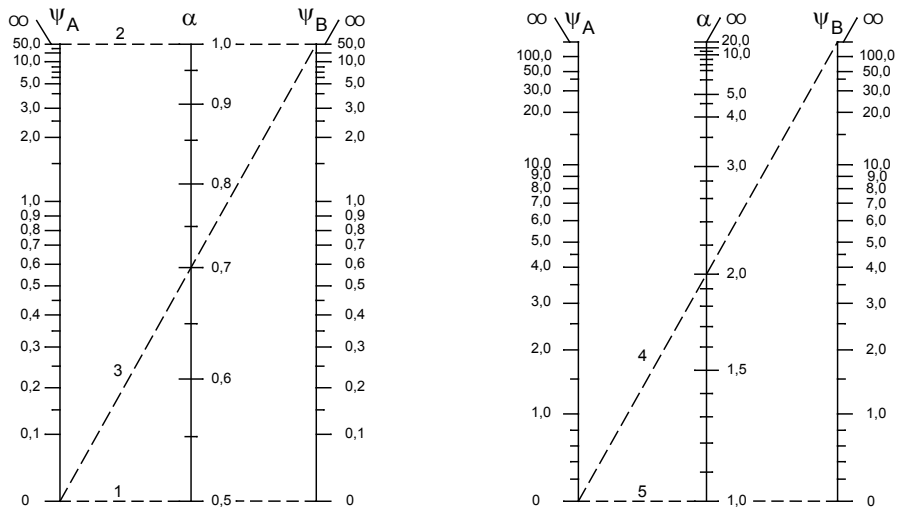
$E \cdot I$ =sumatorio $E \cdot I$ de los elementos contraviento en la dirección considerada

K_1 = constante de valor 0,62. Esta constante se disminuirá a 0,31 si los elementos de arriostramiento han fisurado en el estado límite último

En caso contrario, son estructuras traslacionales o desplazables.



5.1.2 Nomogramas para obtener el coeficiente α



Expresiones para obtener el valor de cálculo del coeficiente de pandeo.

Si se quiere el valor exacto del coeficiente de pandeo, se puede obtener a través de las expresiones siguientes:

$$\alpha = \frac{0,64 + 1,4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{1,28 + 2 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}$$

Pórticos intraslacionales

$$\alpha = \sqrt{\frac{7,5 + 4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 1,6 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{7,5 + (\psi_A + \psi_B)}}$$

Pórticos traslacionales

5.2 Resolución según el método aproximado

Posibilidad de pandeo cuando $\lambda_m \geq \lambda_{inf}$

El método aproximado que exponemos a continuación se puede utilizar si el edificio es más pequeño de 15 plantas, si el desplazamiento horizontal del último piso, bajo cargas horizontales características, no supera 1/750 de la altura total y si la esbeltez mecánica se cumple:

$$\lambda_{inf} < \lambda_m < 100$$

En caso contrario, se deberá calcular en 2º orden considerando las deformaciones en el estado de equilibrio, siempre y cuando la esbeltez mecánica esté comprendida entre los valores siguientes:

$$100 \leq \lambda_m < 200$$

Para valores mayores, la pieza no tiene solución, es demasiado esbelta.

5.2.1 Método aproximado

Consiste en aumentar el momento inicial debido a las cargas exteriores en el plano que estamos considerando o, lo que es lo mismo, incrementar la excentricidad de actuación del axil con una excentricidad adicional.

Así pues, el momento mayorado total con el que calculamos el armado es:

$$M_{dtot} = N_d \cdot e_{tot}, \text{ donde } e_{tot} = e_e + e_a$$

$$e_e = \text{excentricidad de cálculo de primer orden o equivalente} \rightarrow e_e = \frac{M_d}{N_d}$$

$$e_a = \text{excentricidad de segundo orden o adicional} \rightarrow$$

$$\rightarrow e_a = (1 + 0,12 \cdot \beta) \cdot (\epsilon_y + 0,0035) \cdot \frac{h + 20 \cdot e_e}{h + 10 \cdot e_e} \cdot \frac{l_0^2}{50 \cdot i_c}$$

β Factor de armado

$\beta = 1$ Armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano considerado

$\beta = 1,5$ Armadura repartida en las cuatro caras

$\beta = 3$ Armadura colocada en las dos caras paralelas al plano considerado

Para secciones cuadradas o rectangulares, si sustituimos i_c por su valor $h \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}$

y desarrollamos la expresión de e_a , tenemos que:

$$e_a = K \cdot \frac{h + 20 \cdot e_e}{h + 10 \cdot e_e} \cdot \frac{l_0^2}{h}$$

donde K es un coeficiente con los valores indicados en la tabla siguiente, que depende del factor de armado β y del tipo de acero.

Coeficiente de minoración de la resistencia del acero, utilizado para obtener K, $\gamma_s = 1,15$

Factor de armado β	COEFICIENTE K	
	B 400 S	B 500 S
Armadura en las dos caras perpendiculares al plano considerado ($\beta = 1$)	0,000406	0,000440
Armadura repartida uniformemente en las cuatro caras ($\beta = 1,5$)	0,000428	0,000464
Armadura en las dos caras paralelas al plano considerado ($\beta = 3$)	0,000494	0,000534



5.2.2 Cálculo de la excentricidad equivalente de primer orden

Los momentos en el pie y en la cabeza de un pilar no tienen por qué ser iguales, y normalmente no lo son, por lo que el axil actúa con excentricidades diferentes a lo largo de la pieza.

A la hora de armarlo se toma el valor mayor de los dos momentos, lógicamente, pero en el caso de que pueda pandear, para encontrar la excentricidad adicional de pandeo, e_a , y por lo tanto la excentricidad total de actuación del axil, $e_t = e_e + e_a$, el valor de la excentricidad inicial o equivalente, e_e , no siempre es el mayor de los dos. En pilares de estructuras intraslacionales se puede tomar el 60 % del valor más grande, más o menos el 40 % del valor más pequeño, según las consideraciones siguientes.

5.2.3 Estructuras intraslacionales

Se calcula con una excentricidad de primer orden equivalente, e_e , de valor $e_e = 0,6 \cdot e_2 + 0,4 \cdot e_1 \geq 0,4 \cdot e_{o2}$, siendo $e_2 > e_1$ y positivo, y e_1 con el signo que le corresponda.

Casuística:

a) Excentricidades iguales en los extremos en valor y signo $e = \frac{M}{N} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{\frac{h}{20}} \right|$



$$e_e = e$$

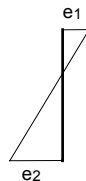
$$M_t = N \cdot (e_e + e_a)$$

b) Excentricidades diferentes en los extremos en valor y/o signo



e_2 i e_1 de mismo signo

$$e_e = 0,6 \cdot e_2 + 0,4 \cdot e_1$$



e_2 i e_1 de signos contrarios

$$e_e = 0,6 \cdot e_2 - 0,4 \cdot e_1 \geq 0,4 \cdot e_2$$

$$e_2 = \frac{M_2}{N_2} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{\frac{h}{20}} \right|$$

$$e_1 = \frac{M_1}{N_1} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{\frac{h}{20}} \right|$$

5.2.4 Estructuras traslacionales

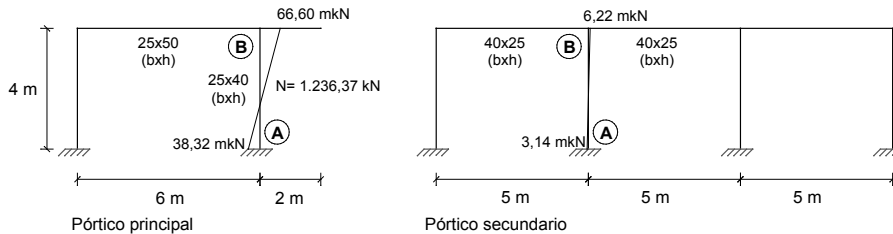
Se calcula con una excentricidad equivalente de primer orden, e_e , de valor la mayor de las dos (e_2)

$$e_e = e_2 \rightarrow M_t = N \cdot (e_e + e_a)$$

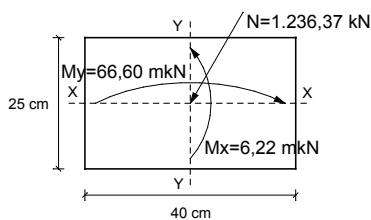
5.3 Ejemplo

Armado del pilar A-B (pilar P4) del pórtico 2, predimensionado en el capítulo 2, teniendo en cuenta el efecto de segundo orden (pandeo). Continuamos con los mismos datos generales de partida de este ejemplo. Los esfuerzos están mayorados.

Consideramos la armadura longitudinal colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal.



Solicitación inicial con los momentos más desfavorables



$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{6,22}{1.236,37} = 0,005 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

$$e_{x\min} = 2 \text{ cm} \Rightarrow M_x = 1.236,37 \cdot 0,02 = 24,73 \text{ mkN}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{66,60}{1.236,37} = 0,054 \text{ m} = 5,4 \text{ cm}$$

$$v = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25 / 1,5} = 0,74$$

Pandeo

- Pórtico principal (Plano X-X)

$$e_2 = 5,4 \text{ cm}, C = 0,24, h = 40, v = 0,74 \quad \lambda_{\inf} = 35 \sqrt{\frac{0,24}{0,74} \left[1 + \frac{0,24}{5,4/40} \right]} = 33,22$$

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{25 \cdot 40} / 400}{4 \cdot E \cdot I_{25 \cdot 50} / 600} = 0,768$$

$$\alpha_v = 1,13 \Rightarrow \lambda_{my} = \frac{1,13 \cdot 400}{40 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{452}{11,54} = 39,17 > 33,2 \Rightarrow \text{Pandeo}$$

$$\psi_A = 0$$

- Pórtico secundario (Plano Y-Y)

$$e_2 = 2 \text{ cm}, C = 0,16, h = 25, v = 0,74 \quad \lambda_{\inf} = 35 \sqrt{\frac{0,16}{0,74} \left[1 + \frac{0,24}{0,5/25} \right]} = 35,5$$

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{40 \cdot 25} / 400}{2 \cdot 4 \cdot E \cdot I_{40 \cdot 25} / 500} = 0,625$$

$$\alpha_x = 1,11 \Rightarrow \lambda_{mx} = \frac{1,11 \cdot 400}{25 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = 61,58 > 35,5 \Rightarrow \text{Pandeo}$$

$$\psi_A = 0$$



Excentricidades adicionales y momentos finales

- Pórtico principal (Plano X-X)

$$e_{ay} = (1 + 0,12 \cdot \beta_y) \cdot (\epsilon_y + 0,0035) \cdot \frac{h_y + 20 \cdot e_{ey}}{h_y + 10 \cdot e_{ey}} \cdot \frac{l_{oy}^2}{50 \cdot i_{cy}}$$

$$e_{ey} = e_y = 5,4 \text{ cm (pórtico traslacional)}$$

$$\beta_y = 1 \text{ (armado en las dos caras perpendiculares al plano considerado)}$$

$$\epsilon_y = \frac{500/1,15}{200.000} = 0,00217$$

$$e_{ay} = (1 + 0,12 \cdot 1) \cdot (0,00217 + 0,0035) \cdot \frac{40 + 20 \cdot 5,4}{40 + 10 \cdot 5,4} \cdot \frac{452^2}{50 \cdot 11,54} = 3,53 \text{ cm}$$

$$\text{o bien, } e_{ay} = K \cdot \frac{40 + 20 \cdot e_{oy}}{40 + 10 \cdot e_{oy}} \cdot \frac{l_{oy}^2}{h_y} = 0,000444 \cdot \frac{40 + 20 \cdot 5,4}{40 + 10 \cdot 5,4} \cdot \frac{452^2}{40} = 3,53 \text{ cm}$$

$$e_{toty} = e_{ey} + e_{ay} = 5,4 + 3,53 = 8,93 \text{ cm}$$

$$M_y = N \cdot e_{toty} = 1.236,37 \cdot 0,0862 = 110,41 \text{ mkN}$$

- Pórtico secundario (Plano Y-Y)

$$e_{ax} = (1 + 0,12 \cdot \beta_x) \cdot (\epsilon_y + 0,0035) \cdot \frac{h_x + 20 \cdot e_{ex}}{h_x + 10 \cdot e_{ex}} \cdot \frac{l_{ox}^2}{50 \cdot i_{cx}}$$

$$e_{ex} = e_x = 2 \text{ cm (pórtico traslacional)}$$

$$\beta_x = 3 \text{ (armado en las dos caras paralelas al plano considerado)}$$

$$\epsilon_y = \frac{500/1,15}{200.000} = 0,00217$$

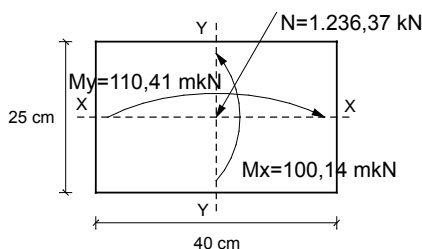
$$e_{ax} = (1 + 0,12 \cdot 3) \cdot (0,00217 + 0,0035) \cdot \frac{25 + 20 \cdot 2}{25 + 10 \cdot 2} \cdot \frac{444^2}{50 \cdot 7,21} = 6,1 \text{ cm}$$

$$\text{o bien, } e_{ax} = K \cdot \frac{25 + 20 \cdot e_{ox}}{25 + 10 \cdot e_{ox}} \cdot \frac{l_{ox}^2}{h_x} = 0,000534 \cdot \frac{25 + 20 \cdot 2}{25 + 10 \cdot 2} \cdot \frac{444^2}{25} = 6,1 \text{ cm}$$

$$e_{totx} = e_{ex} + e_{ax} = 2 + 6,1 = 8,1 \text{ cm}$$

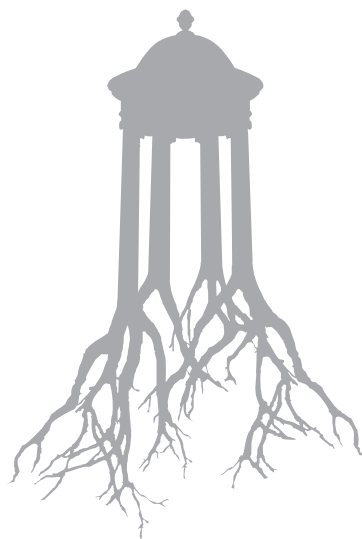
$$M_x = N \cdot e_{totx} = 1.236,37 \cdot 0,081 = 100,14 \text{ mkN}$$

Solicitación final del pilar



Axil y un momento fuerte en cada uno de los planos principales de la sección:

Solicitación de flexión esviada.



→6



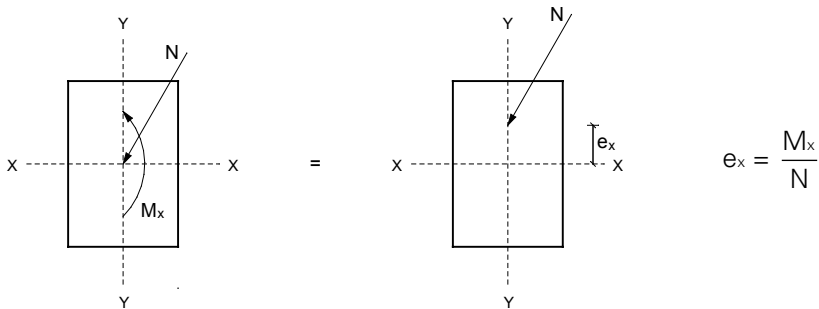
Flexo-compresión esviada

La flexo-compresión esviada es la sollicitación que produce la actuación conjunta del axil y dos momentos aplicados en cada uno de los planos principales de la sección.

6.1 Flexo-compresión compuesta – flexo-compresión esviada

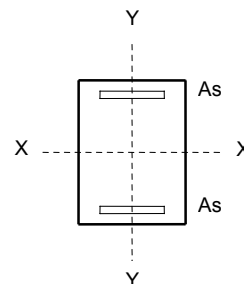
Analizamos a continuación las diferencias con la flexo-compresión compuesta.

Solicitación de flexo-compresión compuesta



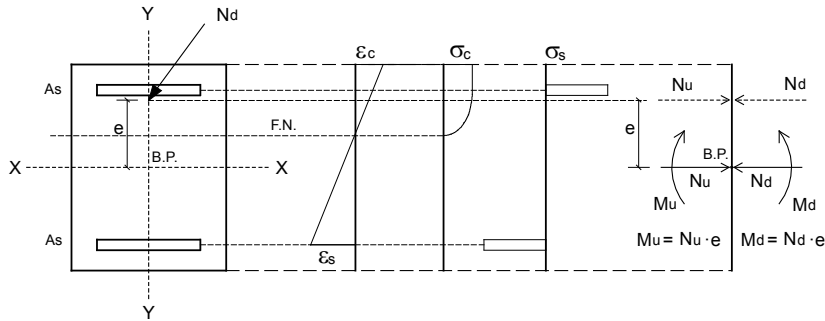
Condiciones:

- El axil actúa en uno de los planos principales de la sección con una cierta excentricidad
- Se conoce la dirección de la línea neutra perpendicular al plano de actuación del momento, pero no su situación.
- Disposición idónea de las armaduras en la cara traccionada y armadura simétrica en la otra cara.

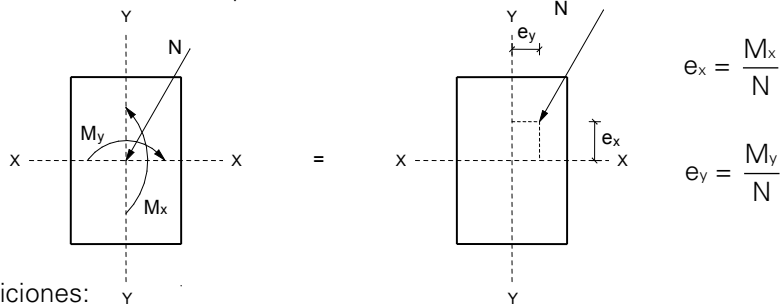




- Método de cálculo en rotura

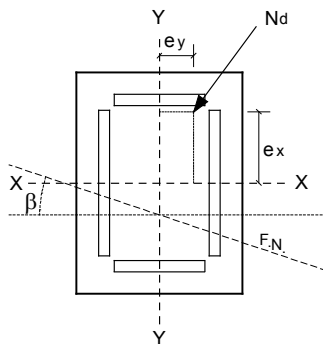
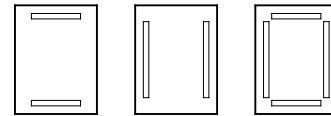


Solicitación de flexo-compresión esviada



Condiciones:

- El axil actúa con dos excentricidades e_x y e_y .
- Se desconoce la dirección y la posición de la línea neutra.
- Disposición idónea de las armaduras en función de la situación de las tensiones de tracción.
- Método de cálculo en rotura



$$N_d = N_u$$

$$M_{xd} = N \cdot e_x$$

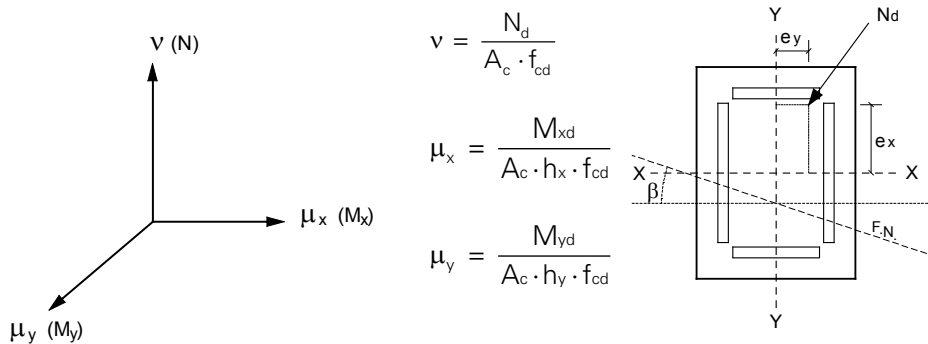
$$M_{yd} = N \cdot e_y$$

Para una posición de la línea neutra a una profundidad x , y con una dirección β , obtenemos la terna N , M_x , M_y que agota la sección. Si variamos x y β , cubrimos todas las posibles ternas con la misma armadura.



6.2 Representación gráfica. Ábacos adimensionales

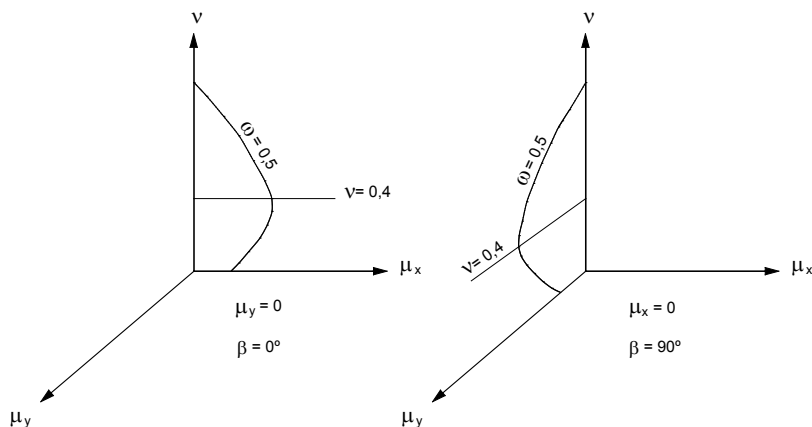
Del mismo modo que en flexo-compresión compuesta, para más generalidad, el ábaco se representa mediante tres valores adimensionales v , μ_x , μ_y , que representan el axil y cada uno de los momentos.



En este caso, al tener tres valores en vez de dos, generamos un gráfico tridimensional donde el límite de rotura es una superficie en vez de ser una curva.

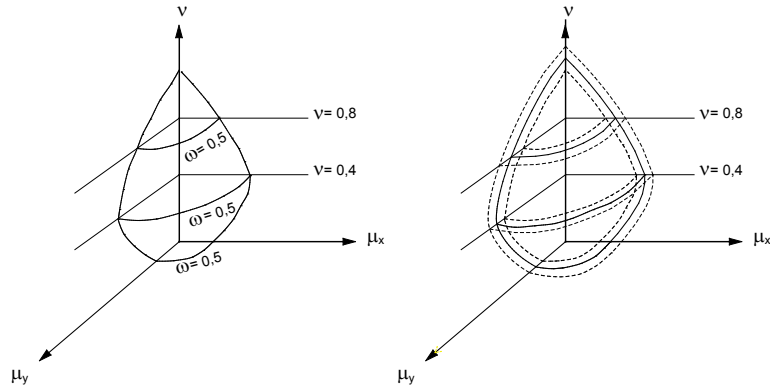
Es decir, si representamos todas las ternas de esfuerzos máximos obtenidos con una misma cuantía (por ejemplo, $\omega = 0,5$), obtenemos una superficie de puntos solución.

Para entender cómo se genera, y empezando por los casos más sencillos, si representamos los puntos solución correspondientes a la dirección de la línea neutra $\beta = 0^\circ$, obtenemos la curva correspondiente a $M_x \neq 0$ y $M_y = 0$, y si representamos los puntos solución correspondientes a la dirección de la línea neutra $\beta = 90^\circ$, obtenemos la curva correspondiente a $M_x = 0$ y $M_y \neq 0$.



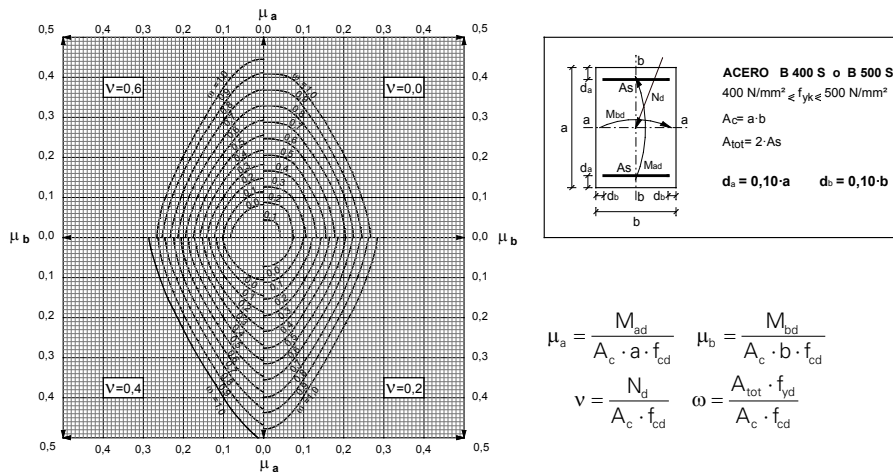


Si representamos, pues, todas las ternas de esfuerzos máximos desde $\beta = 0^\circ$ hasta $\beta = 90^\circ$, obtenemos la superficie de puntos solución correspondiente a la misma cuantía (en este ejemplo, $\omega = 0,5$), y si aumentamos y disminuimos la cuantía de las armaduras, obtenemos superficies envolventes exteriores e interiores a la anterior.



A causa de la dificultad de la representación gráfica tridimensional, los ábacos se elaboran representando las curvas correspondientes a los cortes por planos paralelos al μ_x , μ_y , según diferentes valores de v , desde $v = 0,0$ hasta $v = 1,4$.

Ábaco en roseta para flexión esviada de una sección con armadura simétrica en dos caras. Cuadrantes correspondientes a los cortes por los valores de $v = 0,0$ hasta $v = 0,6$.



Este y el resto de ábacos roseta para flexión esviada se encuentran en el capítulo 10.

El de armadura repartida en sus cuatro caras, como la sección es doblemente simétrica, las curvas de cada cuadrante son simétricas respecto a la diagonal, por lo cual si representamos la mitad (un octavo, en vez de todo el cuadrante) nos bastará, y en una sola hoja cabrán los ocho cortes representativos de v .

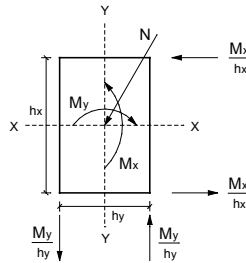


6.3 Disposición recomendable de las armaduras

Para simplificar, consideramos solo tres posibilidades a la hora de disponer la armadura de la sección: repartida en las cuatro caras, repartida en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico considerado y repartida en las dos caras paralelas al plano del pórtico considerado.

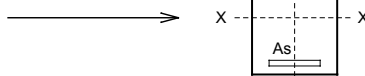
La disposición recomendable o idónea de la armadura, distribuida en las cuatro caras o en dos, está determinada por la situación de las tensiones de tracción que producen los momentos. Cuando las tensiones de tracción de los dos planos tienen valores similares, el armado idóneo es a las cuatro caras, y si son muy diferentes, es en las dos caras para el valor más grande.

Para determinar dónde se producen las mayores tensiones de tracción, simplifícadamente podemos considerar que el momento en cada plano es un par de fuerzas iguales y de sentido contrario (tracción y compresión), de valor igual al momento dividido por el canto de la sección (brazo mecánico); por tanto, será la relación entre estas fuerzas la que nos lo determine.

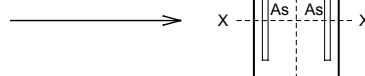


Un límite razonable para determinar la disposición idónea es el del doble o mitad de tracciones, que viene dado por las relaciones siguientes:

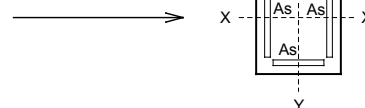
$$\text{Si } \frac{M_x}{h_x} \geq 2 \cdot \frac{M_y}{h_y}$$



$$\text{Si } \frac{M_y}{h_y} \geq 2 \cdot \frac{M_x}{h_x}$$



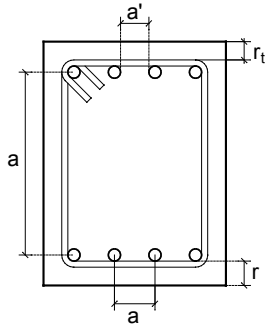
$$\text{Si } \begin{cases} \frac{M_x}{h_x} < 2 \cdot \frac{M_y}{h_y} \\ \frac{M_y}{h_y} < 2 \cdot \frac{M_x}{h_x} \end{cases}$$





6.4 Comprobaciones generales de la armadura en pilares o piezas comprimidas

a) Armado longitudinal



Recubrimientos para vida útil, 100 años

$r \geq 3,0$ cm	Ambiente I	(interior seco)
$r \geq 3,5$ cm	Ambiente IIa	(interior húmedo)
$r_t \geq 4,0$ cm	Ambiente IIb	(exterior protegido)
ϕ max		

Si $r \geq 5$ cm \Rightarrow colocar malla de reparto

Si el control de la obra es intenso, los recubrimientos se pueden reducir 5 mm y en piezas prefabricadas, 10 mm.

$$a' \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_{\max} \end{cases} \quad a \leq 30 \text{ cm}$$

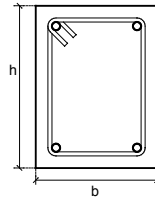
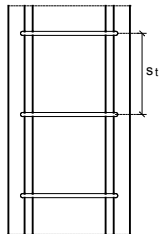
$$TMA \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' \\ 0,8 \cdot r \text{ direc. hormig. perp. armadura} \\ 0,8 \cdot r \text{ direc. hormig. paral. armadura} \end{cases}$$

$$\text{Armadura mínima} \left\{ \begin{array}{l} \rho \geq 0,004; \rho = \frac{A_{\text{stot}}}{A_c} \\ A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} \geq 0,1 N_d \end{array} \right. \quad \text{Armadura máxima } A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}$$

b) Armado transversal

$$\phi_t \geq \begin{cases} 6 \text{ mm (aconsejable)} \\ \frac{1}{4} \phi_{\max} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b \text{ (menor dimensión entre b y h)} \\ 15 \cdot \phi_{\min} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

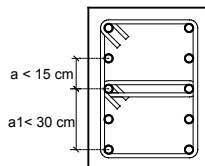
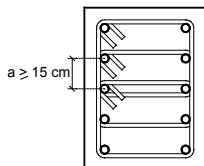


si $a \geq 15$ cm:

Hay que colocar estribos en todas las barras.

si $a < 15$ cm:

Hay que colocar estribos al menos en la mitad de las barras, de forma que a_1 (distancia entre dos barras estribadas) sea menor de 30 cm y que no queden más de dos barras consecutivas sin estribar.

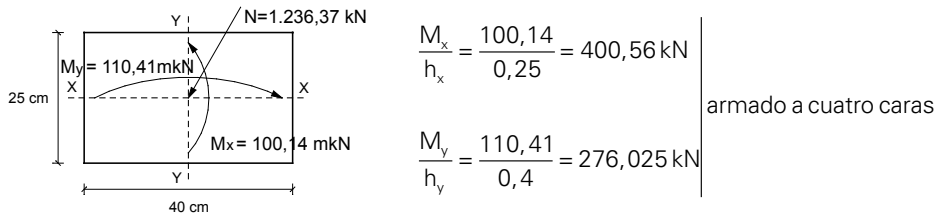




6.5 Ejemplo

Armado del pilar A-B del pórtico 2 del ejemplo del capítulo anterior, que, con el aumento de los momentos por el efecto del pandeo, quedó solicitado a flexión esviada.

Disposición recomendable de las armaduras



La disposición recomendable de las armaduras sería a cuatro caras o, en todo caso, a las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario, ya que el momento con relación al canto en este plano es mayor que en el plano del pórtico principal.

De todas formas, continuamos con los datos de partida, o sea, la armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal, que es como se calculó el aumento de momentos debido al pandeo, aunque esto represente un armado superior al que necesitaríamos con una disposición óptima, tal como se demostrará posteriormente.

Cálculo de la armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal.

$$\begin{aligned} v &= \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,742 \\ \mu_x &= \frac{100,14 \cdot 10^6}{250^2 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,24 = \mu_b \\ \mu_y &= \frac{110,41 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,166 = \mu_a \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} v = 0,6 \Rightarrow \text{según ábaco roseta } \omega \approx 1,1 \\ v = 0,8 \Rightarrow \text{según ábaco roseta } \omega \approx 1,2 \\ \text{Interpolando, para } v=0,742 \Rightarrow \omega \approx 1,171 \end{array} \right.$$

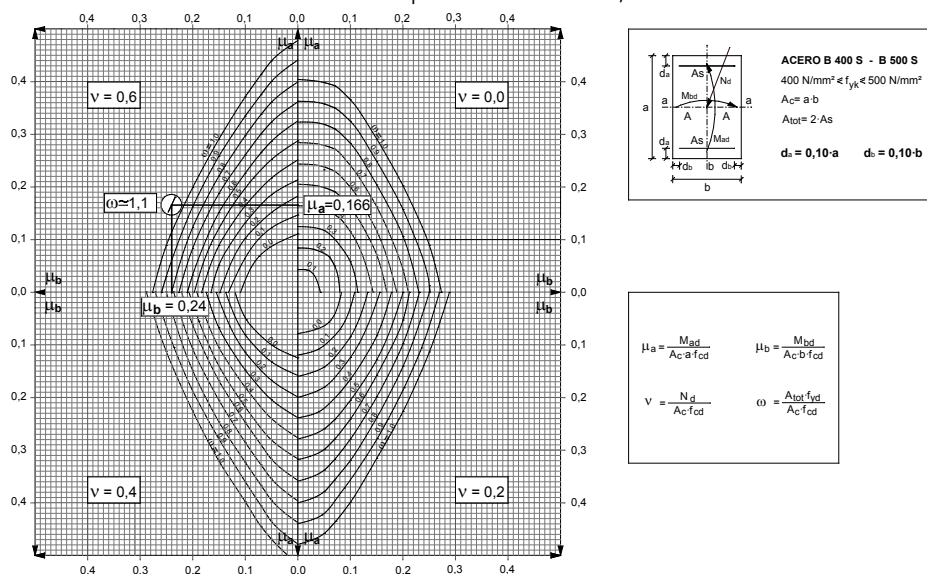
El valor de v da 0,742 y, por tanto, hay que entrar en los cuadrantes de $v = 0,6$ y $v = 0,8$, para obtener los valores correspondientes de cuantía mecánica ω e interpolar para el valor de $v = 0,742$.

Si conocemos ω , podemos obtener la capacidad mecánica de armadura total necesaria para resistir los esfuerzos, pero en este caso, en los dos cuadrantes de los ábacos cae por encima de la curva de cuantía máxima, lo que quiere decir que el pilar está infradimensionado para estos esfuerzos y, por tanto, se deberían aumentar sus dimensiones.

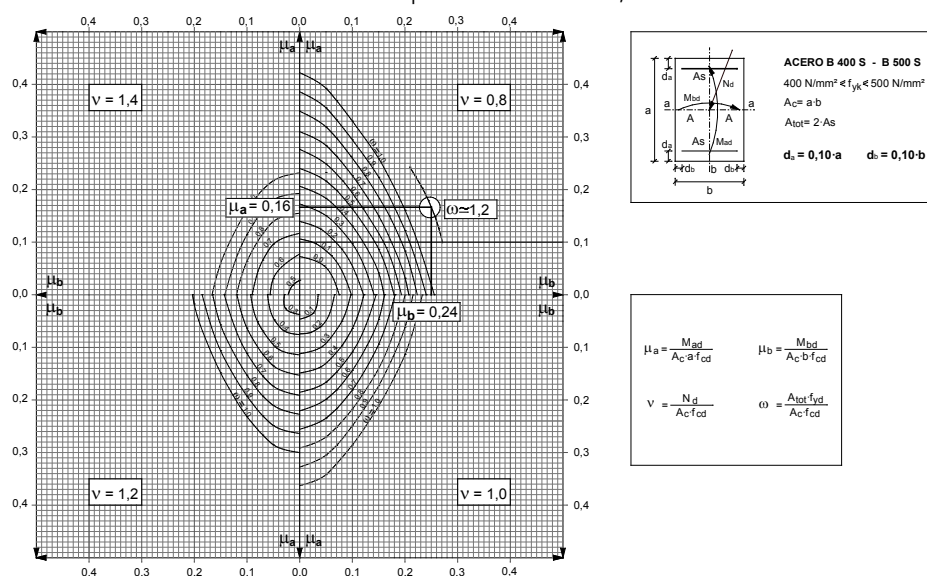


Entrada en los ábacos roseta para flexión esviada.

Resultados en el cuadrante correspondiente a $v = 0,6$



Resultados en el cuadrante correspondiente a $v = 0,8$



Se puede aumentar la sección a 30×40 o 25×45 y comenzar el ejercicio desde el principio, o antes de eso, se puede cambiar la disposición de la armadura, ya que hemos visto que la anterior no era la más recomendable. Así, pues, rehacemos el cálculo con la armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario y, después, repartida en las cuatro caras que, de hecho, es la colocación idónea.



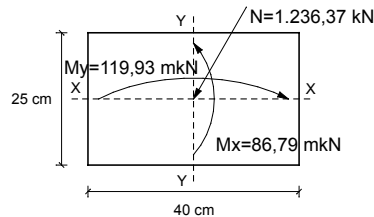
6.6 Cálculo de la armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario

No hay que empezar desde la comprobación de pandeo, ya que las características geométricas de la sección no se han modificado, pero la excentricidad adicional de pandeo depende de la disposición de la armadura y, por tanto, se debe volver a calcular.

Si rehacemos el cálculo tenemos que la excentricidad adicional según el plano del pórtico principal es de 4,3 cm, y según el secundario, de 5,02 cm, por lo tanto, los momentos finales son los siguientes:

$$e_{\text{toty}} = e_{ey} + e_{ay} = 5,4 + 4,3 = 9,7 \text{ cm}; M_y = N \cdot e_{\text{toty}} = 1.236,37 \cdot 0,097 = 119,93 \text{ mkN}$$

$$e_{\text{totx}} = e_{ex} + e_{ax} = 2,0 + 5,02 = 7,02 \text{ cm}; M_x = N \cdot e_{\text{totx}} = 1.236,37 \cdot 0,0702 = 86,79 \text{ mkN}$$



Con estos nuevos valores volvemos al ábaco roseta e interpolando obtenemos la cuantía siguiente:

$$v = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,742$$

$$\mu_x = \frac{86,79 \cdot 10^6}{250^2 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,208 = \mu_a$$

$$\mu_y = \frac{119,93 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,179 = \mu_b$$

$v = 0,6 \Rightarrow$ según ábaco roseta $\omega \approx 0,90$

$v = 0,8 \Rightarrow$ según ábaco roseta $\omega \approx 1$

Interpolando, para $v = 0,742 \Rightarrow \omega \approx 0,97$

Conociendo ω se puede determinar la capacidad mecánica de armadura total:

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,97 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 1.616 \text{ N} = 1.617 \text{ kN}; A_s \cdot f_{yd} = \frac{1.617}{2} = 808,5 \text{ kN}$$

CAPACIDAD MECÁNICA EN KN

ACERO B 500 S

$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

$U = A_s \cdot f_{yd}$

$U' = A'_s \cdot f_{yd}$

$f_{yd} = f_{yk} / g_s$

$g_s = 1,15$

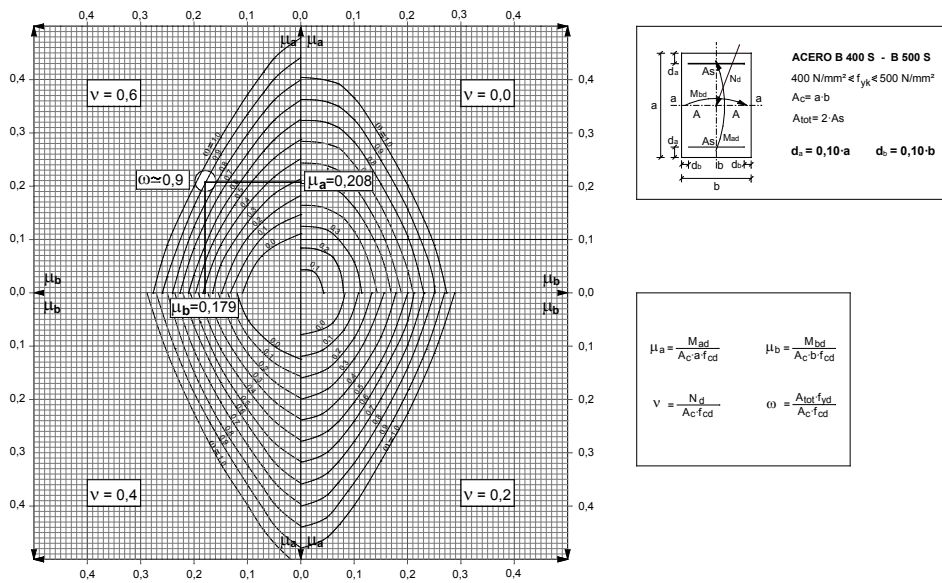
Diámetro f (mm)	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	136,59	273,18	409,77	546,37	682,96	819,55	956,14	1.092,73	1.229,32	1.365,91
25	213,42	426,85	640,27	853,70	1.067,12	1.280,54	1.493,97	1.707,39	1.920,82	2.134,24

Se puede armar con 6 ϕ 20 mm por cara (12 ϕ en total), o 4 ϕ 25 mm por cara (8 ϕ en total).

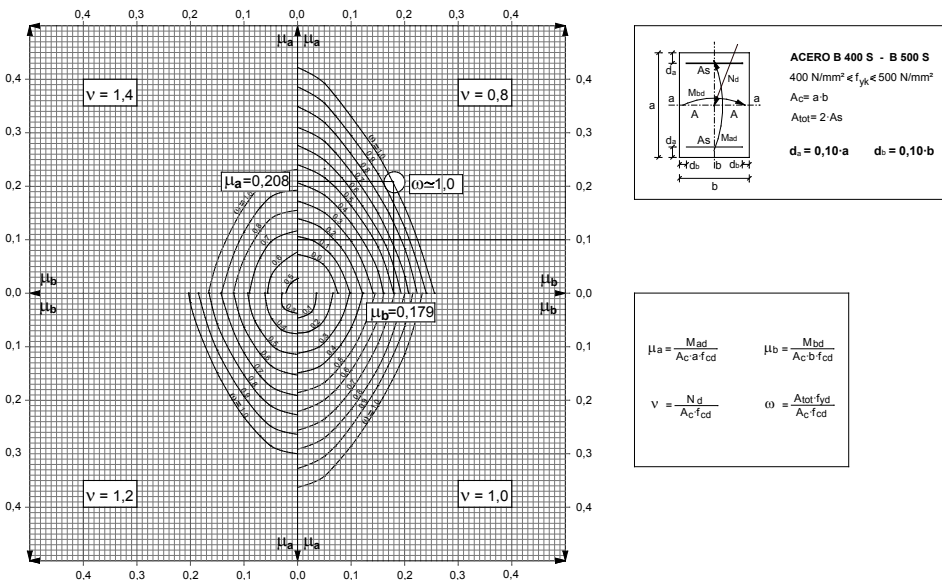


Entrada en los ábacos roseta para flexión esviada.

Resultados en el cuadrante correspondiente a $v = 0,6$



Resultados en el cuadrante correspondiente a $v = 0,8$



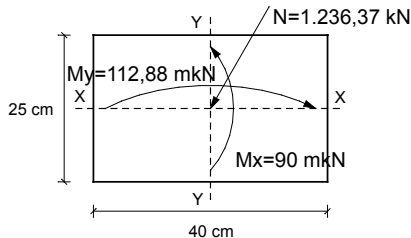


6.7 Cálculo de la armadura colocada repartida uniformemente en las cuatro caras

Si rehacemos el cálculo, tenemos que la excentricidad adicional según el plano del pórtico principal es de 3,73 cm, y según el secundario, de 5,28 cm, por lo tanto, los momentos finales son los siguientes:

$$e_{\text{toty}} = e_{\text{ey}} + e_{\text{ay}} = 5,4 + 3,73 = 9,13 \text{ cm}; M_y = N \cdot e_{\text{toty}} = 1.236,37 \cdot 0,0913 = 112,88 \text{ mkN}$$

$$e_{\text{totx}} = e_{\text{ex}} + e_{\text{ax}} = 2,0 + 5,28 = 7,28 \text{ cm}; M_x = N \cdot e_{\text{totx}} = 1.236,37 \cdot 0,0728 = 90 \text{ mkN}$$



$$v = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,742$$

$$\mu_x = \frac{90 \cdot 10^6}{250^2 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,216 = \mu_a$$

$$\mu_y = \frac{112,88 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,184 = \mu_a$$

$v = 0,6 \Rightarrow$ según ábaco roseta $\omega \approx 0,88$

$v = 0,8 \Rightarrow$ según ábaco roseta $\omega \approx 0,98$

Interpolando, para a $v = 0,742 \Rightarrow \omega \approx 0,95$

Conociendo ω se puede determinar la capacidad mecánica de armadura total:

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{\text{yd}} = \omega \cdot A_c \cdot f_{\text{cd}} = 0,95 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 1.583 \text{ N} = 1.583 \text{ kN}; A_s \cdot f_{\text{yd}} = \frac{1.583}{4} = 395,83 \text{ kN}$$

CAPACIDAD MECÁNICA EN kN

ACERO B 500 S

$f_{\text{yk}} = 500 \text{ N/mm}^2$

$U = A_s \cdot f_{\text{yd}}$

$U' = A'_s \cdot f_{\text{yd}}$

$f_{\text{yd}} = f_{\text{yk}} / \gamma_s$

$\gamma_s = 1,15$

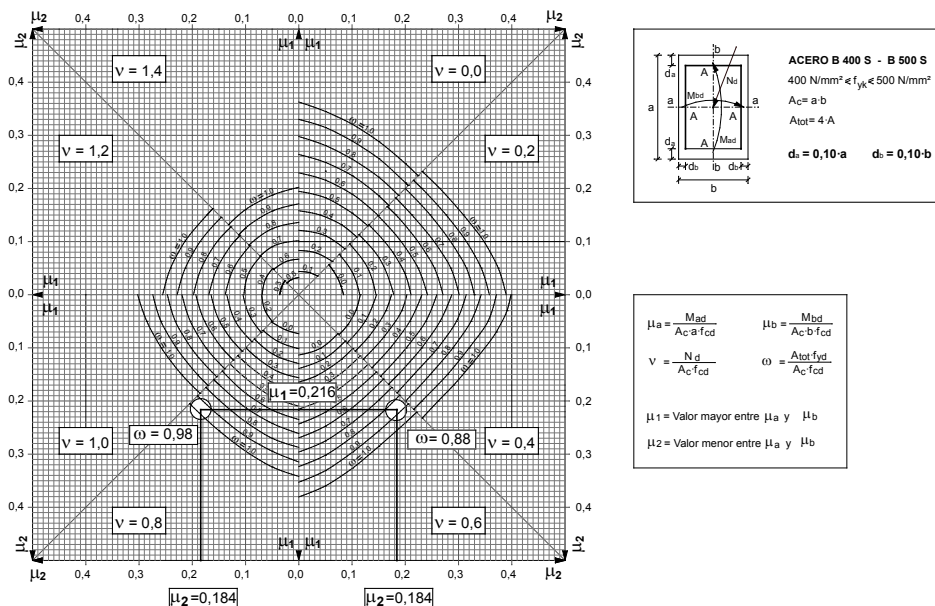
Diámetro f (mm)	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	136,59	273,18	409,77	546,37	682,96	819,55	956,14	1.092,73	1.229,32	1.365,91
25	213,42	426,85	640,27	853,70	1.067,12	1.280,54	1.493,97	1.707,39	1.920,82	2.134,24

Se puede armar con 3 ϕ 20 mm por cara (12 ϕ en total), o 2 ϕ 25 mm por cara (8 ϕ en total).

Tal como se ha visto al principio del ejercicio, la disposición óptima de la armadura es a cuatro caras, ya que es la que necesita menos cuantía mecánica, $\omega = 0,95$ frente a $\omega = 0,97$, colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario y $\omega = 1,17$ en las caras paralelas.

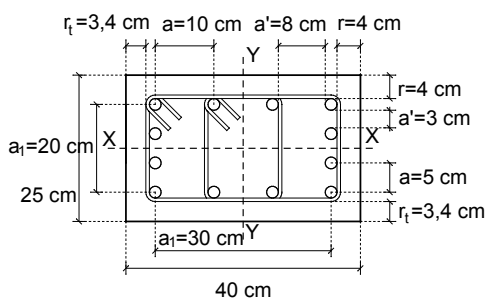
Entrada en los ábacos roseta para flexión esviada.

Resultados en los octantes correspondientes a $v = 0,6$ y $v = 0,8$



Dibujo acotado de la sección

Disposición del armado longitudinal con los 12 ϕ 20 mm repartidos en las cuatro caras



$r = 4$ cm se cumple hasta Ambiente IIa

$r_t = 3,4$ cm se cumple Ambiente la

$$a_1 = 20 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$$

$a_1 = 30 \text{ cm} \Rightarrow$ estribo perpendicular
de los redondos intermedios

$$a' = 3,0 \text{ cm} > \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$TMA \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' = 24 \text{ mm} \\ 0,8 \cdot r = 32 \text{ mm} \end{cases}$$

Condiciones de armadura mínima

$$\rho \geq 0,004; \rho = \frac{A_{\text{stot}}}{A_c} = \frac{37,70 \text{ cm}^2}{25 \cdot 40 \text{ cm}^2} = 0,037 > 0,004; \text{ cumple}$$

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{\text{vd}} \geq 0,1 \cdot N_d; A_{\text{stot}} \cdot f_{\text{vd}} = 1.639,08 \text{ kN} > 0,1 \cdot N_d = 0,1 \cdot 1.236,37 = 123,64 \text{ kN}; \text{ se cumple}$$



Condición de armadura máxima (como $\omega < 1$, se cumple)

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}; A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 1639,08 \text{ kN} < A_c \cdot f_{cd} = 250 \cdot 400 \cdot \frac{25}{1,5} = 1.666,66 \text{ N} = 1.666,66 \text{ kN}$$

Disposición del armado transversal

Distancia entre centros de gravedad de los redondos $a = 5 \text{ cm} < 15 \text{ cm}$ y $a_1 = 20 \text{ cm} \Rightarrow$ no es necesario el estriado perpendicular de los dos redondos intermedios

Distancia entre centros de gravedad de los redondos $a = 10 \text{ cm} < 15 \text{ cm}$ y $a_1 = 30 \text{ cm} \Rightarrow$ estriado perpendicular de los dos redondos intermedios

$$\phi_t \geq \begin{cases} 6 \text{ mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 20 = 5 \text{ mm} \end{cases} \quad s_t \leq \begin{cases} b = 25 \text{ cm} \rightarrow \text{estriado} = 1e \phi \text{ 6 mm c/25 cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 2 = 30 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

En la dirección del pórtico principal, el recubrimiento mecánico debería ser $d' = 0,1 \cdot 40 = 4 \text{ cm}$, y en la dirección del pórtico secundario, $d' = 0,1 \cdot 25 = 2,5 \text{ cm}$, ya que el diagrama utilizado está hecho con estas distancias, pero no bajo las condiciones establecidas en la norma EHE, faltaría recubrimiento.

En las dos direcciones dejamos 5 cm de distancia de manera que se cumplan todas las condiciones de recubrimientos, tamaño máximo del árido (TMA), etc. (excepto los estribos, donde falta 1 mm de recubrimiento, pero se puede aceptar).

Con estos recubrimientos se pierde brazo mecánico y, por tanto, capacidad resistente de la sección. Se puede hacer, de una manera simplificada, la corrección de capacidad mecánica en función de la pérdida de brazo mecánico, teniendo en cuenta la resultante de momentos de las dos direcciones y, por tanto, la resultante de brazo mecánico, de la manera siguiente:

Resultante de brazo mecánico de cálculo: $\sqrt{32^2 + 20^2} = 37,73 \text{ cm}$

Resultante de brazo mecánico real: $\sqrt{30^2 + 15^2} = 33,54 \text{ cm}$

$A_s \cdot f_{yd}$ de cálculo x brazo mec. de cálculo $\leq A_s \cdot f_{yd}$ necesaria x brazo mec. real

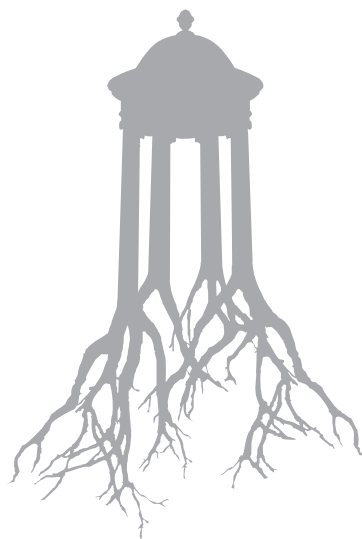
$$395,83 \text{ kN} \cdot 37,73 = A_s \cdot f_{yd} \cdot 33,54 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{395,83 \cdot 37,73}{33,54} = 445,37 \text{ kN} \Rightarrow 3\phi 25 \text{ mm}$$

Con las pérdidas de brazo mecánico, aunque siempre se pone más armadura de la necesaria por cálculo, en este caso los $3 \phi 20 \text{ mm}$ no serían suficientes, se tendrían que poner $4 \phi 20 \text{ mm}$ o $3 \phi 25 \text{ mm}$.



Si se hace el mismo proceso de cálculo con el pilar P3 del mismo pórtico, se comprueba que, debido al aumento de los momentos por pandeo, solo se soportan los esfuerzos con armadura a cuatro caras, y muy justo, ya que la cuantía total de acero da aproximadamente $\omega = 1$, que es el máximo. Esto implica aumentar las dimensiones del pilar a 25 x 40, o aumentar la base a 30 cm en todas las barras del pórtico, con lo que habría que volver a empezar desde el cálculo de esfuerzos.

Sin embargo, para los temas siguientes, continuaremos con los datos y dimensiones de partida.



→7



Flexión simple

La sollicitación de flexión simple, $N = 0$ y $M \neq 0$, básicamente se produce en jácenas, viguetas, forjados y elementos horizontales similares sometidos a cargas gravitatorias que no pueden invertir el sentido de la flexión, por lo que las tracciones se localizan con claridad. Así pues, la armadura no será simétrica, como en el caso de los pilares, porque se desaprovecharía la de la cara comprimida. Se colocará en la cara traccionada, y solo en caso de grandes momentos, también en la cara comprimida.

El método de cálculo es el de rotura, el mismo que hemos expuesto en el capítulo 3, y que hemos aplicado en el capítulo 4 para generar los ábacos de secciones sometidas a flexión compuesta, teniendo en cuenta las diferencias que conlleva el tipo de sollicitación (flexión simple) y la armadura asimétrica (ubicación en la cara traccionada).

7.1. Hipótesis básicas del cálculo en rotura

a) Hipótesis de Bernouilli

Las secciones planas se mantienen planas después de la deformación.

b) Compatibilidad de deformaciones de los dos materiales (acero y hormigón)

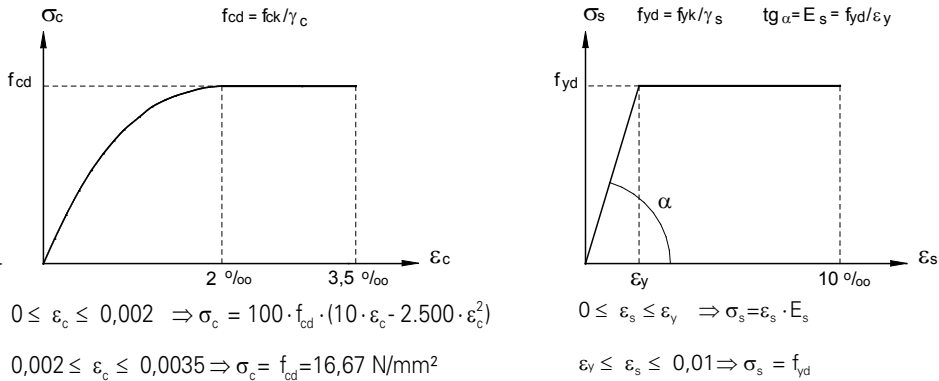
La deformación del acero es igual a la del hormigón que lo rodea.

c) El hormigón no trabaja a tracción

No se considera la resistencia del hormigón a tracción, $f_{ct,k}$



d) Diagramas de cálculo $\sigma - \varepsilon$ (coeficientes de seguridad). Se considera $\alpha_{cc} = 1$



7.2. Proceso general

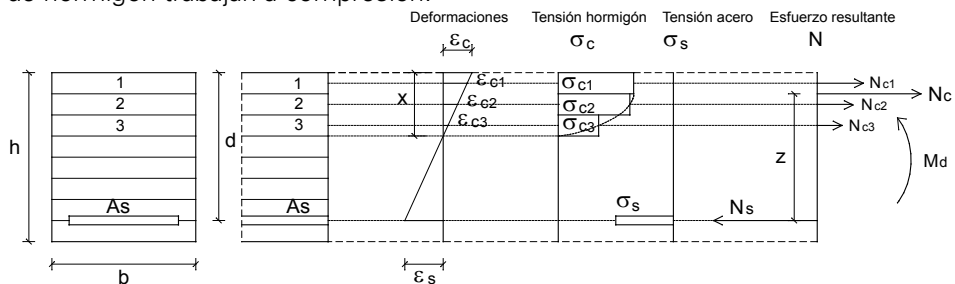
En el cálculo en rotura de una sección rectangular de hormigón, con armadura asimétrica, a una determinada profundidad de línea neutra, determinamos el diagrama de deformación de manera que uno u otro material, o los dos a la vez, estén sometidos a la deformación máxima.

De todo el abanico de posibles deformaciones de rotura desde posición de línea neutra $x = -\infty$ hasta $x = +\infty$, ahora solo nos interesan las que dan como resultante una sollicitación de flexión simple, es decir, $N = 0$ y $M \neq 0$. Esto quiere decir que la línea neutra debe estar dentro de la sección para que haya una componente de compresión del hormigón igual a la de tracción de la armadura y, por tanto, el esfuerzo resultante sea solo momento.

Por rentabilidad de la armadura, esta trabajará siempre a la máxima tensión f_{ydr} , lo que significa que su deformación estará comprendida entre ε_y y la máxima 0,01.

Para simplificar, se divide la sección en franjas, considerando que todos los puntos de una misma franja tienen la misma deformación y, por tanto, la misma tensión.

En este caso, con esta posición de línea neutra solo las tres franjas superiores de hormigón trabajan a compresión.





Si partimos de las dimensiones de la sección y del área de armadura conocidas, como hacíamos en el caso de los pilares en el capítulo 3, nos encontramos que determinar la posición de la línea neutra que dé el mismo valor en el hormigón comprimido que en el acero traccionado numéricamente es complicado y, por tanto, lo que hacemos es partir de las dimensiones conocidas de la sección, pero no del área de armadura.

Conocido el diagrama de deformación, se conoce la deformación de cada una de las franjas comprimidas y la correspondiente al acero traccionado. A través del diagrama tensión-deformación del hormigón, se obtiene la tensión de cada franja y multiplicada por su área, la fuerza axial con la que contribuye cada una. La resultante, suma de todas estas fuerzas, será la fuerza axial que actúa sobre el conjunto de fibras comprimidas de hormigón. Mediante el equilibrio de momentos respecto de cualquier punto, se puede encontrar el punto de paso de esta resultante.

La componente del acero traccionado, del mismo valor que la resultante de compresión del hormigón, forma un par de fuerzas iguales y de sentido contrario que es el momento último que puede soportar la sección. Como se conoce la deformación del acero y, a través del diagrama tensión-deformación, su tensión, se puede encontrar el área de armadura necesaria para soportar este momento.

Determinación de la componente del hormigón y obtención del área de armadura

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} + N_{c3}; \quad \Sigma F_H = 0 \Rightarrow N_c = N_s; \quad N_s = A_s \cdot f_{yd} = N_c \Rightarrow A_s = \frac{N_c}{f_{yd}}$$

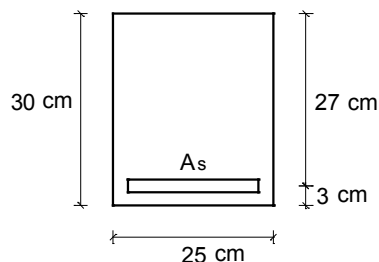
Determinación del momento último

$$M_u = N_c \cdot z; \quad M_u \geq M_d$$

El momento último M_u ha de ser mayor o igual que el momento exterior mayorado.

7.3. Ejemplo

Cálculo en rotura del momento último que puede resistir una sección de una jácena de base igual a 25 cm, canto de 30, y de la armadura traccionada necesaria.



Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
 Acero B 500 S $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$
 $\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$
 $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$

División en franjas de 6 cm
 Posición línea neutra $x = 12 \text{ cm}$

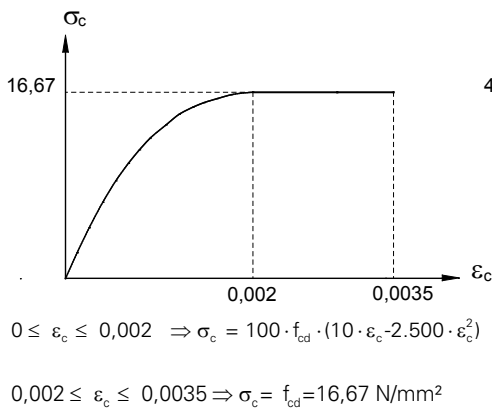


a) Diagramas de cálculo

Diagramas que relacionan las deformaciones con las tensiones que las producen, con los valores numéricos de las resistencias de cálculo de cada material.

Hormigón

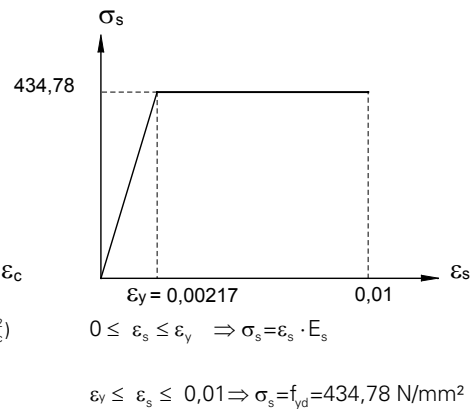
$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2$$



Acero

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_y = \frac{434,78}{2 \cdot 10^5} = 0,00217$$



Para cada posición de línea neutra, con deformación máxima en cualquiera de los dos materiales, la sección puede resistir un momento M_d con un área de armadura A_s .

En este ejemplo se considera la posición de línea neutra $x = 12 \text{ cm}$ y franjas de 6 cm . Cuanto más delgadas sean, más preciso será el resultado.

b) Determinación del diagrama de deformaciones de rotura

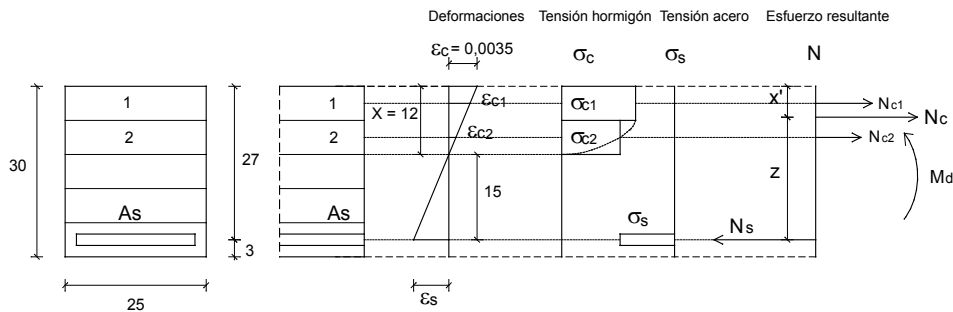
Para determinar el diagrama de deformaciones de rotura, suponemos inicialmente que la deformación máxima se produce en el hormigón ($\varepsilon_c = 0,0035$). Con esta suposición, y con la condición particular de este caso (línea neutra $x = 12 \text{ cm}$), la deformación del acero valdría, por semejanza de triángulos, $\varepsilon_s = 0,004375$, inferior a la deformación máxima de rotura $0,01$ y superior a ε_y , de valor $0,00217$.



Por tanto, la suposición inicial es acertada y es la deformación del hormigón comprimido la que determina el diagrama de deformaciones.

$$\varepsilon_c = 0,0035 \Rightarrow \frac{0,0035}{12} = \frac{\varepsilon_s}{15} \Rightarrow \varepsilon_s = 0,004375 < 0,01$$

Correcto, máxima deformación en el hormigón



c) Determinación de las deformaciones

Por proporcionalidad de triángulos, se obtienen las deformaciones de cada una de las franjas comprimidas de hormigón (las traccionadas no trabajan).

$$\frac{0,0035}{12} = \frac{\varepsilon_{c1}}{9} = \frac{\varepsilon_{c2}}{3} \Rightarrow \varepsilon_{c1} = \frac{0,0035 \cdot 9}{12} = 0,002625; \quad \varepsilon_{c2} = \frac{0,0035 \cdot 3}{12} = 0,000875$$

d) Determinación de tensiones y axiles en el hormigón

A través del diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$, se obtienen los valores de las tensiones de cada franja de la manera siguiente: si la deformación es mayor o igual que 0,002, la tensión es la máxima, en caso contrario, se encuentra a través de la ecuación de la parábola $\sigma_c = 100 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c^2)$. El axil parcial de cada franja es el producto de su tensión por su área.

$$\varepsilon_{c1} = 0,002625 \Rightarrow \sigma_{c1} = 16,67 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow N_{c1} = 16,67 \cdot 250 \cdot 60 = 250.050 \text{ N} = 250,05 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{c2} = 0,000875 \Rightarrow \sigma_{c2} = 100 \cdot 16,67 \cdot (10 \cdot 0,000875 - 2.500 \cdot 0,000875^2) = 11,4 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow N_{c2} = 11,4 \cdot 250 \cdot 60 = 171.000 \text{ N} = 171 \text{ kN}$$

e) Axil resultante en el hormigón

Es la suma de todos los axiles de las franjas comprimidas del hormigón

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} = 250,05 + 171 = 421,05 \text{ kN}$$



f) Determinación del axil en el acero

La tensión del acero, por rentabilidad de la armadura, será la máxima, f_{yd} . El axil es el producto de la tensión por el área de la sección de acero. La incógnita es el área de acero, ya que se conocen los valores del axil y de la tensión.

$$\varepsilon_s = 0,004375 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2; \quad N_s = A_s \cdot f_{yd}$$

g) Determinación del área de acero

Se obtiene igualando el axil de tracción del acero con la resultante del hormigón comprimido.

$$N_s = N_c \Rightarrow N_s = A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow A_s = \frac{421.050 \text{ N}}{434,78 \text{ N/mm}^2} = 968,42 \text{ mm}^2 = 9,68 \text{ cm}^2$$

h) Posición de la resultante de compresión en el hormigón

Se puede encontrar el punto de aplicación de la resultante del hormigón comprimido haciendo la suma de momentos igual a 0 respecto de cualquier punto de la sección. En nuestro ejemplo, hemos tomado el origen de momentos en el punto central del borde superior de la sección.

$$\begin{aligned} \sum M = 0 &\Rightarrow N_{c1} \cdot 3 \text{ cm} + N_{c2} \cdot 9 \text{ cm} = N_c \cdot x' \Rightarrow 250,05 \cdot 3 + 171 \cdot 9 = 421,05 \cdot x' \Rightarrow \\ &\Rightarrow x' = 5,44 \text{ cm} \end{aligned}$$

Determinación del brazo mecánico

El brazo mecánico es la distancia entre la resultante del hormigón comprimido y del acero traccionado.

$$z = 27 - 5,44 = 21,56 \text{ cm}$$

i) Momento resultante

Se puede encontrar como el producto de la fuerza de tracción o compresión por el brazo mecánico, o bien como suma de momentos de los axiles parciales del hormigón más el de tracción respecto de cualquier punto de la sección, por ejemplo, el centro de gravedad. El momento último debe ser mayor o igual que el momento exterior mayorado.

$$M_u = 421,05 \text{ kN} \cdot 0,2156 \text{ m} = 90,78 \text{ mkN} \geq M_d = M_k \cdot \gamma_f$$

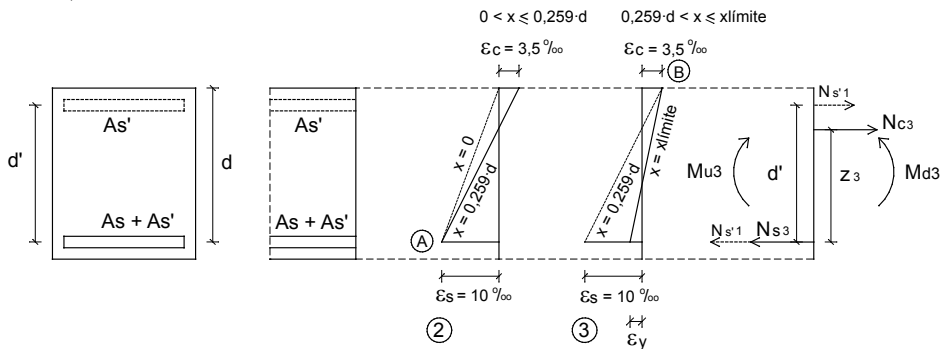
o bien

$$M_u = 250,05 \cdot 0,12 + 171 \cdot 0,06 + 421,05 \cdot 0,12 = 90,79 \text{ mkN} \geq M_d = M_k \cdot \gamma_f$$



7.4. Dominios de deformación en flexión simple. Generación de ábacos

De todo el abanico de posibles deformaciones de rotura, en flexión simple solo nos interesan los dominios 2 y 3, que son los que mantienen la posición de línea neutra dentro de la sección y con deformaciones del acero mayores o iguales que ε_y y menores o iguales que la máxima 0,01.



Para cada posición de línea neutra, obtenemos un momento último que puede soportar la sección y el área de armadura necesaria para hacerlo. En la medida que baja la línea neutra, crece la fuerza resultante del hormigón y, por tanto, crecen también el momento último que puede resistir la sección y el área de armadura necesaria, aunque disminuya un poco el brazo mecánico.

Se pueden representar gráficamente todos los valores de momento y área de armadura, y de esta manera se genera el ábaco de flexión simple.

a) Determinación del momento último y área de acero en el punto $x_{límite}$

$$\text{Punto } X_3 \rightarrow \varepsilon_c = 0,0035; \varepsilon_s = \varepsilon_y; N_{s3} = N_{c3}; A_{s3} = \frac{N_{s3}}{f_{yd}}; M_{u3} = N_{c3} \cdot z_3$$

b) Contribución de la armadura comprimida

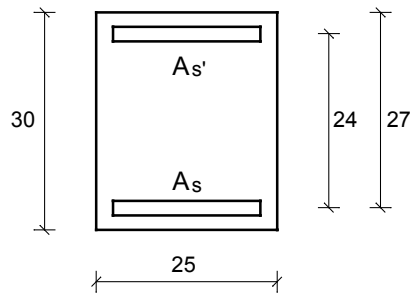
La línea neutra no puede estar por debajo de $x = x_{límite}$ ya que el acero no trabajaría a la máxima tensión. Es por ello que, para que la sección pueda soportar momentos mayores que el obtenido en este límite, se aumenta la armadura traccionada en una cantidad, y se coloca la misma cantidad en la zona comprimida, de modo que, manteniendo el equilibrio $N = 0$, se crea un par de fuerzas iguales y de sentido contrario y, por tanto, la sección puede soportar, proporcionalmente al aumento de armadura, un aumento del momento.

$$\text{Punto } X_4 \rightarrow N_{s'1} = A_{s'1} \cdot f_{yd}; M_{u'1} = N_{s'1} \cdot d'$$

$$M_{u4} = M_{u3} + M_{u'1}; M_{k4} = \frac{M_{u4}}{\gamma_f}; A_{s4} = A_{s3} + A_{s'1}$$



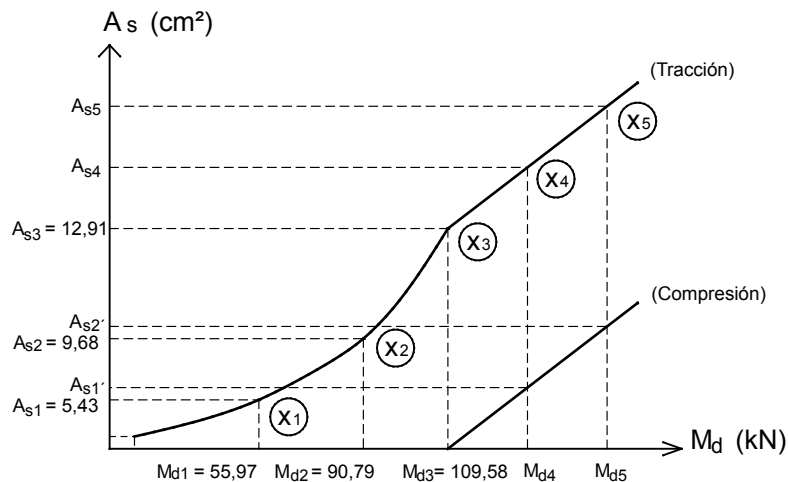
c) Interpretación gráfica de los resultados para la sección de 25 x 30



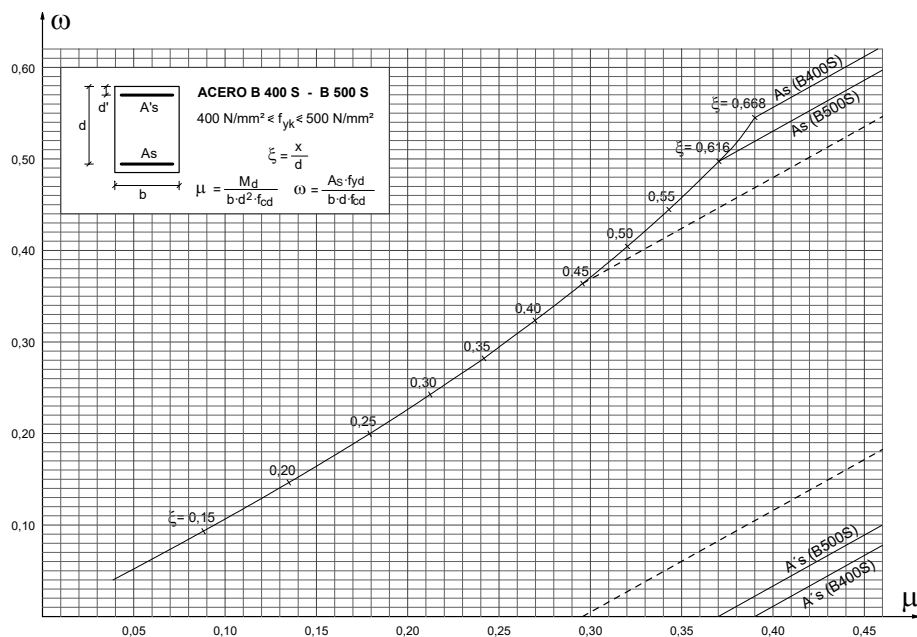
$$\begin{array}{l} \varepsilon_c = 3,5\% \\ x_1 \left| \begin{array}{l} \varepsilon_s = 10\% \\ x = 7\text{cm} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} A_{s1} \times f_{yd} = 236,60\text{kN} \\ A_{s1} = 5,43\text{cm}^2 \\ M_{d1} = 55,97\text{mkN} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \varepsilon_c = 3,5\% \\ x_2 \left| \begin{array}{l} \varepsilon_s = 4,375\% \\ x = 12\text{cm} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} A_{s2} \times f_{yd} = 421,05\text{kN} \\ A_{s2} = 9,68\text{cm}^2 \\ M_{d2} = 90,79\text{mkN} \end{array}$$

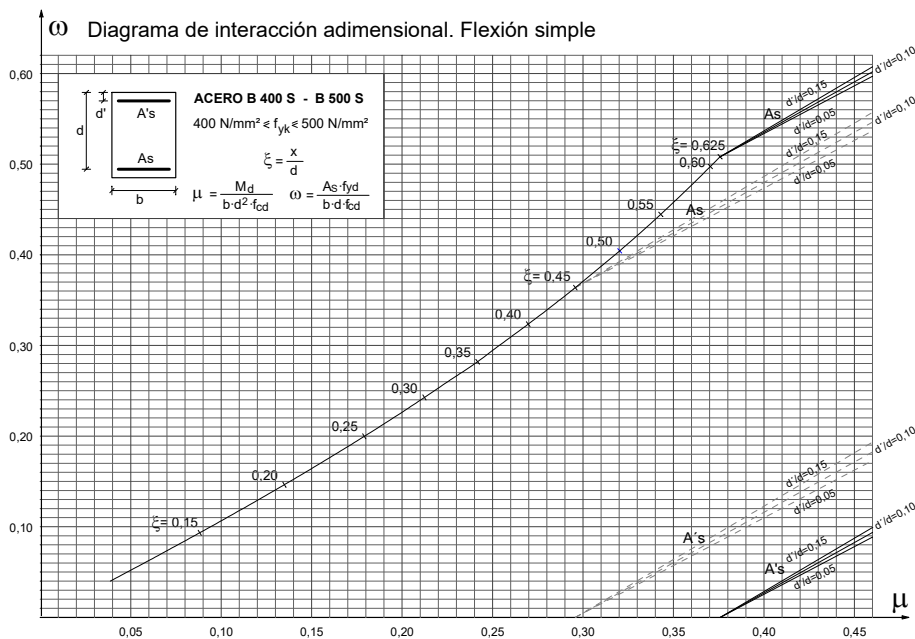
$$\begin{array}{l} \varepsilon_c = 3,5\% \\ x_3 \left| \begin{array}{l} \varepsilon_s = \varepsilon_y = 2,17\% \\ x = 16,65\text{cm} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} A_{s3} \times f_{yd} = 561,37\text{kN} \\ A_{s3} = 12,91\text{cm}^2 \\ M_{d3} = 109,58\text{mkN} \end{array}$$



d) Comparación de curvas del ábaco, con aceros B 400 S y B 500S



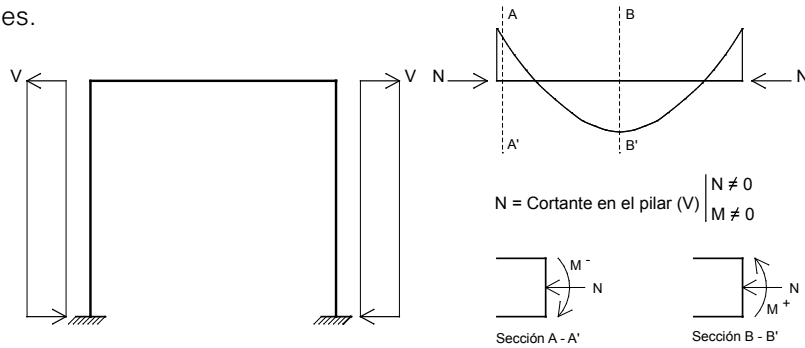
En el gráfico siguiente, la línea continua corresponde a la curva de los dominios 2 y 3 completos, para un acero de resistencia $400 \text{ N/mm}^2 \leq f_{yk} \leq 500 \text{ N/mm}^2$. Para soportar momentos más grandes se coloca armadura adicional en la cara comprimida y la misma cantidad en la traccionada. La línea discontinua corresponde a la curva sin que la línea neutra llegue hasta $x_{\text{límite}}$; la última posición es $x = 0,45 \cdot d$.





7.5. Teorema de Ehlers

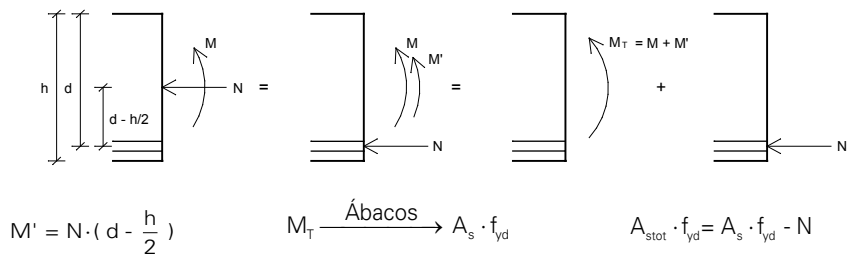
Armado de jácenas sometidas a flexión simple, en el caso de que haya pequeños axiles.



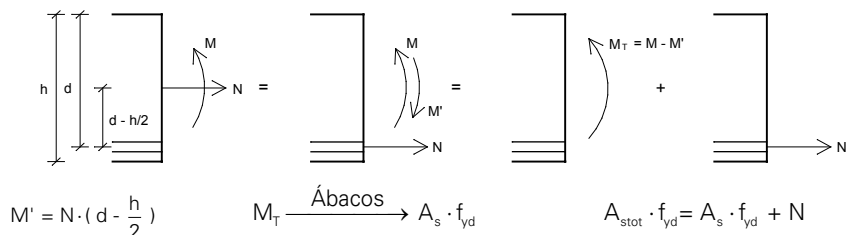
La sollicitación del axil en el centro de gravedad de la sección es la misma que la del axil desplazado al centro de gravedad de la armadura traccionada, más el momento que produce este respecto al centro de gravedad de la sección.

Una sección sometida a momento flector y un axil pequeño se puede solucionar como descomposición de dos sollicitaciones, por un lado, la suma (o resta) del momento flector con el que produce el axil desplazado al centro de gravedad de la armadura traccionada, y el axil desplazado por el otro. La capacidad mecánica de la armadura a tracción será la necesaria según el ábaco de flexión simple para soportar el momento mayorado anterior, menos (o más) la capacidad mecánica para soportar el axil desplazado, según si este es de compresión o de tracción.

Compresión (si se despreciara el axil, estaríamos por el lado de la seguridad).



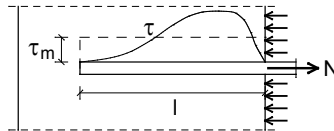
Tracción (si se despreciara el axil, estaríamos por el lado de la inseguridad).





7.6. Anclajes

La longitud de anclaje de una barra embebida en hormigón es la longitud necesaria para que no se produzca el deslizamiento debido a una fuerza axial.



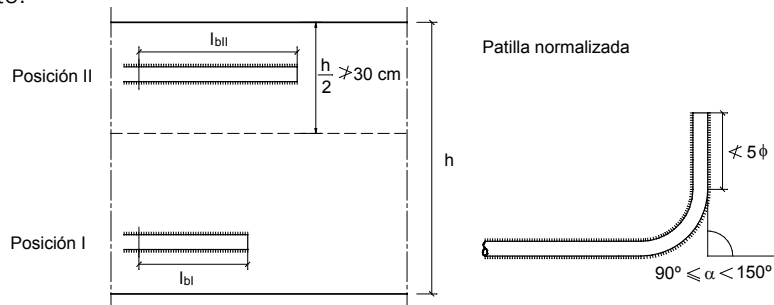
$$\tau_m = \frac{N}{\pi \cdot \phi \cdot l} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\pi \cdot \phi \cdot l} = \frac{\pi \cdot (\phi / 2)^2 \cdot f_{yd}}{\pi \cdot \phi \cdot l} = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot l} \Rightarrow l = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot \tau_m}$$

τ_m = Tensión tangencial media en la superficie de contacto entre los dos materiales.

El valor de la longitud de anclaje será mayor cuanto mayor sea el diámetro de la barra, o la resistencia del acero, y más pequeña cuanto más resistente sea el hormigón que la rodea (mejor adherencia).

Longitudes de anclaje para barras corrugadas aisladas.

En una pieza se distinguen dos zonas, I y II, de buena adherencia y de adherencia deficiente.



Posición I: $l_{bl} = m \cdot \phi^2 \geq \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi$, 15 cm, $10 \cdot \phi$ (buena adherencia)

Posición II: $l_{bll} = 1,4 \cdot m \cdot \phi^2 \geq \frac{f_{yk}}{14} \cdot \phi$, 15 cm, $10 \cdot \phi$ (adherencia deficiente)

siendo:

ϕ = diámetro de la barra en centímetros.

f_{yk} = límite elástico garantizado del acero, en N/mm².

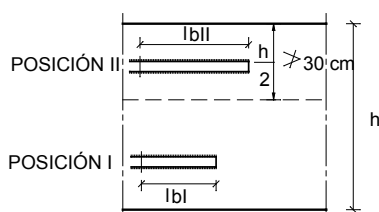
m = coeficiente con los valores indicados en la tabla siguiente, en función de los materiales.



Valores del coeficiente m

Resistencia característica del hormigón (N/mm ²)	Coeficiente m	
	B 400 S	B 500 S
20	14	19
25	12	15
30	10	13
35	9	12
40	8	11
45	7	10
50	7	10

Tabla de longitudes de anclajes por prolongación recta de las barras corrugadas aisladas



Longitudes de anclaje en cm

ϕ	B 400 S				B 500 S			
	H-25		H-30		H-25		H-30	
	l_{bI}	l_{bII}	l_{bI}	l_{bII}	l_{bI}	l_{bII}	l_{bI}	l_{bII}
6	15	18	15	18	15	22	15	22
8	16	23	16	23	20	29	20	29
10	20	29	20	29	25	36	25	36
12	24	35	24	35	30	43	30	43
14	28	40	28	40	35	50	35	50
16	32	46	32	46	40	58	40	58
20	48	68	40	58	60	84	52	73
25	75	105	63	89	94	132	83	114

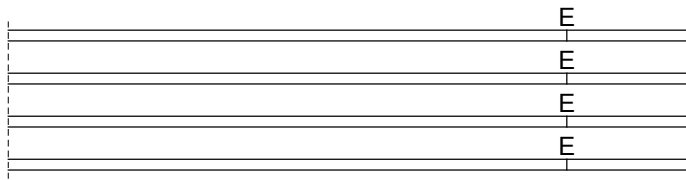
Cuando el anclaje de una barra traccionada se realice con terminación en patilla, gancho o gancho en U, se puede reducir su longitud al 70 % de las especificadas en esta tabla, siempre que el recubrimiento de hormigón perpendicular al plano de doblado de la barra sea superior a $3 \cdot \phi$.



Anclaje de grupos de barras

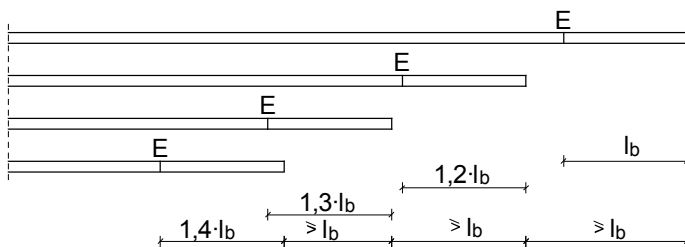
Siempre que sea posible, el anclaje de los grupos de barras se realizará por prolongación recta. Cuando hay dos barras o más en contacto, disminuye la superficie de contacto con el hormigón, por lo que hay que aumentar las longitudes de anclaje según el supuesto siguiente:

Cuando todas las barras del grupo dejan de ser necesarias en la misma sección, la longitud de anclaje de las barras será como mínimo:



- 1,3 l_b para grupos de dos barras
- 1,4 l_b para grupos de tres barras
- 1,6 l_b para grupos de cuatro barras

Cuando todas las barras del grupo dejan de ser necesarias en secciones diferentes, la longitud de anclaje de las barras será como mínimo:



- 1,2 l_b si va acompañada de una barra
- 1,3 l_b si va acompañada de dos barras
- 1,4 l_b si va acompañada de tres barras

Los extremos finales de las barras del mismo grupo no pueden distar entre sí menos de la longitud l_b .

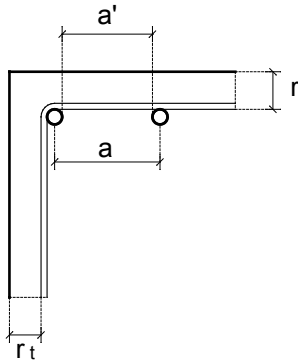
E = sección en que deja de ser necesaria la barra

l_b = longitud de anclaje correspondiente a una barra aislada, dependiendo de su posición



7.7 Comprobaciones generales de la armadura en jácenas o piezas sometidas a flexión

Armado longitudinal



$r \geq 3,0$ cm	Ambiente I	(interior seco)
$r \geq 3,5$ cm	Ambiente IIa	(interior húmedo)
$r_t \geq 4,0$ cm	Ambiente IIb	(exterior protegido)
ϕ máx		

Si el control de la obra es intenso, los recubrimientos se pueden reducir 5 mm y en piezas prefabricadas, 10 mm.

$r \geq 5$ cm \Rightarrow colocar malla de reparto

$$a' \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_{\max} \end{cases}$$

$$a \leq 30 \text{ cm}$$

$$TMA \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' \\ 0,8 \cdot r \text{ direc. hormig. perp. armadura} \\ 1,25 \cdot r \text{ direc. hormig. paral. armadura} \end{cases}$$

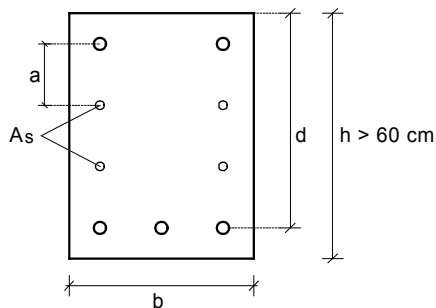
$$\text{Armadura mínima a tracción} \left| \begin{aligned} \rho &= \frac{A_s}{A_c}; \rho \geq 0,0033, \text{ acero B 400 S} \\ \rho &\geq 0,0028, \text{ acero B 500 S} \end{aligned} \right| \begin{aligned} &\text{a compresión un} \\ &30 \% \text{ de esta} \end{aligned}$$

$$A \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

$$\text{Armadura máxima aconsejable } A \cdot f_{yd} \leq 0,6 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

Armadura de piel

Cuando $h > 60$ cm, se colocará armadura a cada lado, a una distancia ≤ 30 cm, y con una cuantía geométrica ρ , de valor:



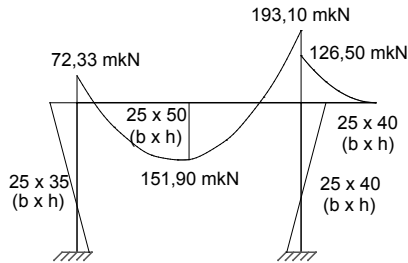
$$\rho = \frac{100 \cdot A_s}{b \cdot (2 \cdot d - h)} \geq 0,05$$

$$a \leq 30 \text{ cm}$$



7.8 Ejemplo. Armado de secciones a flexión simple

Diagrama de momentos mayorados del pórtico 2 de la estructura predimensionada en el capítulo 2. Se utilizan los mismos datos generales del predimensionado. La armadura longitudinal es ϕ 20 mm.



Pórtico principal (pórtico 2)

Datos generales:

Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$

Acero B 500 S $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$

Ambiente IIa

a) Comprobación de cuantías mínimas

- Voladizo

$$\rho \geq 0,0028 \Rightarrow A_s = 0,0028 \cdot 25 \cdot 40 = 2,8 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 280 \cdot 500 / 1,15 = 121.739 \text{ N} = 121,74 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,04 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25 / 1,5 = 66.666 \text{ N} = 66,67 \text{ kN}$$

La primera condición es la más restrictiva, $A_s \cdot f_{yd} \geq 121,74 \Rightarrow$ mínimo 1 ϕ 20 mm

- Jácena

$$\rho \geq 0,0028 \Rightarrow A_s = 0,0028 \cdot 25 \cdot 50 = 3,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 350 \cdot 500 / 1,15 = 152.174 \text{ N} = 152,17 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,04 \cdot 250 \cdot 500 \cdot 25 / 1,5 = 83.333 \text{ N} = 83,33 \text{ kN}$$

La primera condición es la más restrictiva, $A_s \cdot f_{yd} \geq 152,17 \Rightarrow$ mínimo 2 ϕ 20 mm

b) Armado longitudinal

- Voladizo

Sección izquierda: $M_d = 126,5 \text{ mkN}$; sección: 25 x 35 (b x d); $A_s f_{yd1\phi20} = 136,59 \text{ kN}$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{126,5 \cdot 10^6}{250 \cdot 350^2 \cdot 25 / 1,5} = 0,248 \Rightarrow \omega = 0,29; \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,29 \cdot 250 \cdot 350 \cdot \frac{25}{1,5} = 422.916 \text{ N} = 422,92 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$\text{Armadura: } \frac{422,92 \text{ kN}}{136,59 \text{ kN}} = 3,09 \Rightarrow 4 \phi 20$$



- Jácena

Sección izquierda: $M_d = 72,33 \text{ mkN}$; sección: $25 \times 45 \text{ (b x d)}$; $A_s f_{yd1\phi 20} = 136,59 \text{ kN}$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{72,33 \cdot 10^6}{250 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5} = 0,086 \Rightarrow \omega = 0,09; \quad \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,09 \cdot 250 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1,5} = 168.750 \text{ N} = 168,75 \text{ kN} \Rightarrow \text{Armadura: } \frac{168,75 \text{ kN}}{136,9 \text{ kN}} = 1,23 \Rightarrow 2 \phi 20$$

Sección central: $M_d = 151,9 \text{ mkN}$; sección: $25 \times 45 \text{ (b x d)}$; $A_s f_{yd1\phi 20} = 136,59 \text{ kN}$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{151,9 \cdot 10^6}{250 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5} = 0,18 \Rightarrow \omega = 0,2; \quad \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,20 \cdot 250 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1,5} = 375.000 \text{ N} = 375 \text{ kN} \Rightarrow \text{Armadura } \frac{375 \text{ kN}}{136,9 \text{ kN}} = 2,74 \Rightarrow 3 \phi 20$$

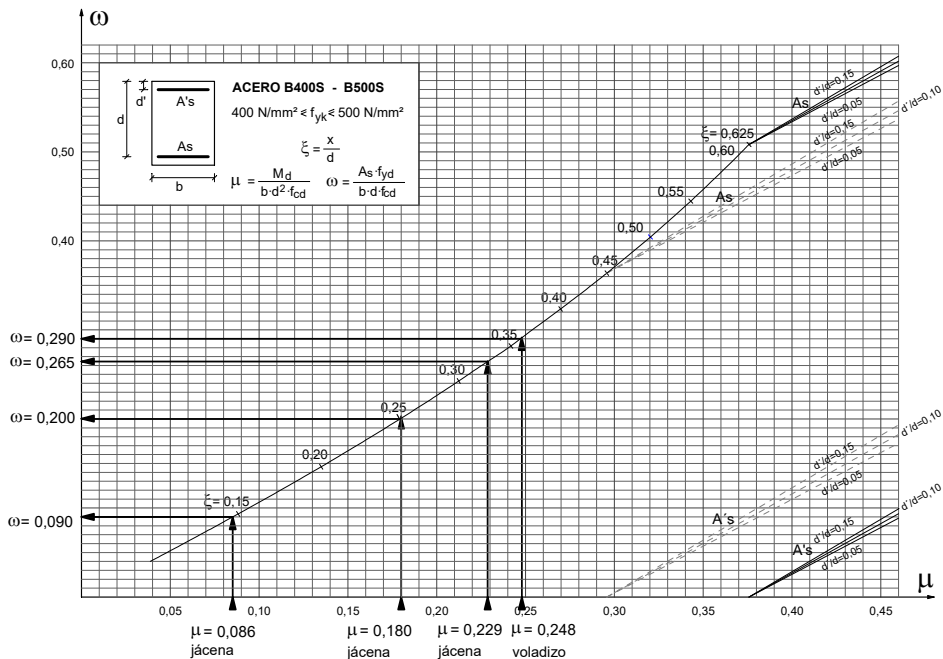
Sección derecha: $M_d = 193,1 \text{ mkN}$; sección: $25 \times 45 \text{ (b x d)}$; $A_s f_{yd1\phi 20} = 136,59 \text{ kN}$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{193,1 \cdot 10^6}{250 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5} = 0,229 \Rightarrow \omega = 0,265; \quad \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,265 \cdot 250 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1,5} = 496.875 \text{ N} = 496,8 \text{ kN} \Rightarrow \text{Armadura: } \frac{496,8 \text{ kN}}{136,9 \text{ kN}} = 3,63 \Rightarrow 4 \phi 20$$

c) Entrada en el diagrama para obtener la armadura longitudinal

Se entra en el diagrama adimensional para flexión simple con los valores adimensionales de los momentos y se obtiene la cuantía mecánica necesaria.



d) Momentos resistidos

- Voladizo

Sección izquierda: $A_s f_{yd4\phi 20} = 546,37$

$$\omega = \frac{546,36 \cdot 10^3}{250 \cdot 350 \cdot 25/1,5} = 0,375 \Rightarrow \mu = 0,305 \Rightarrow M_r = \frac{0,305 \cdot 250 \cdot 350^2 \cdot 25/1,5}{10^6} = 155,68 \text{ mkN}$$

- Jácena

Sección izquierda: $A_s f_{yd2\phi 20} = 273,18 \text{ kN}$

$$\omega = \frac{273,18 \cdot 10^3}{250 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 0,146 \Rightarrow \mu = 0,134 \Rightarrow M_r = \frac{0,134 \cdot 250 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5}{10^6} = 113,06 \text{ mkN}$$

Sección central: $A_s f_{yd3\phi 20} = 409,77 \text{ kN}$

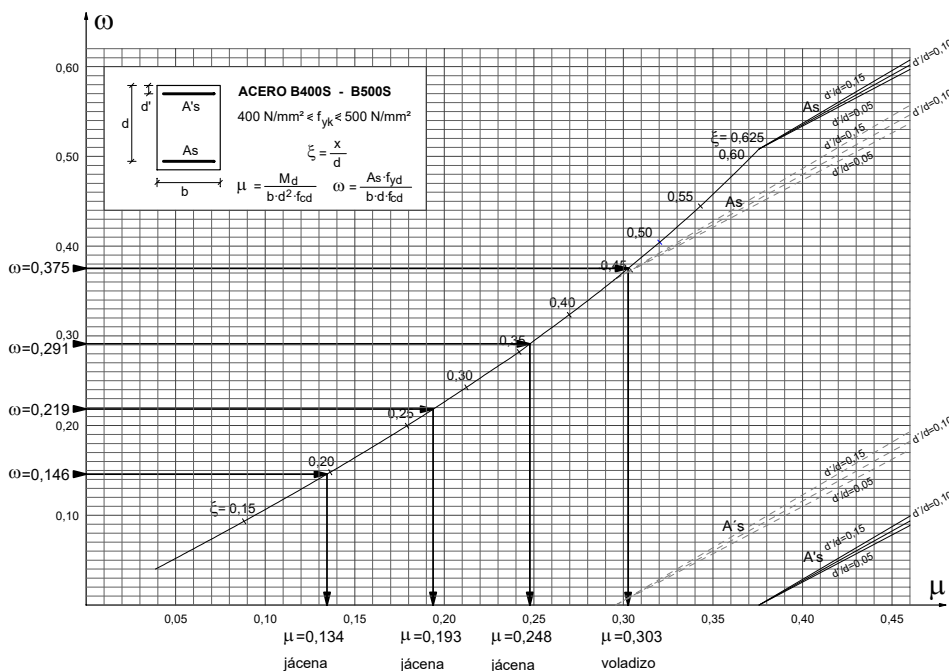
$$\omega = \frac{409,77 \cdot 10^3}{250 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 0,219 \Rightarrow \mu = 0,193 \Rightarrow M_r = \frac{0,193 \cdot 250 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5}{10^6} = 162,84 \text{ mkN}$$

Sección derecha: $A_s f_{yd4\phi 20} = 546,37 \text{ kN}$

$$\omega = \frac{546,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 0,291 \Rightarrow \mu = 0,248 \Rightarrow M_r = \frac{0,248 \cdot 250 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5}{10^6} = 209,25 \text{ mkN}$$

e) Entrada en el diagrama para obtener los momentos resistidos por la armadura longitudinal

Se entra en el diagrama adimensional para flexión simple con los valores de las cuantías mecánicas que realmente se colocan y se obtienen los valores adimensionales ω y, por tanto, los valores de los momentos resistidos.

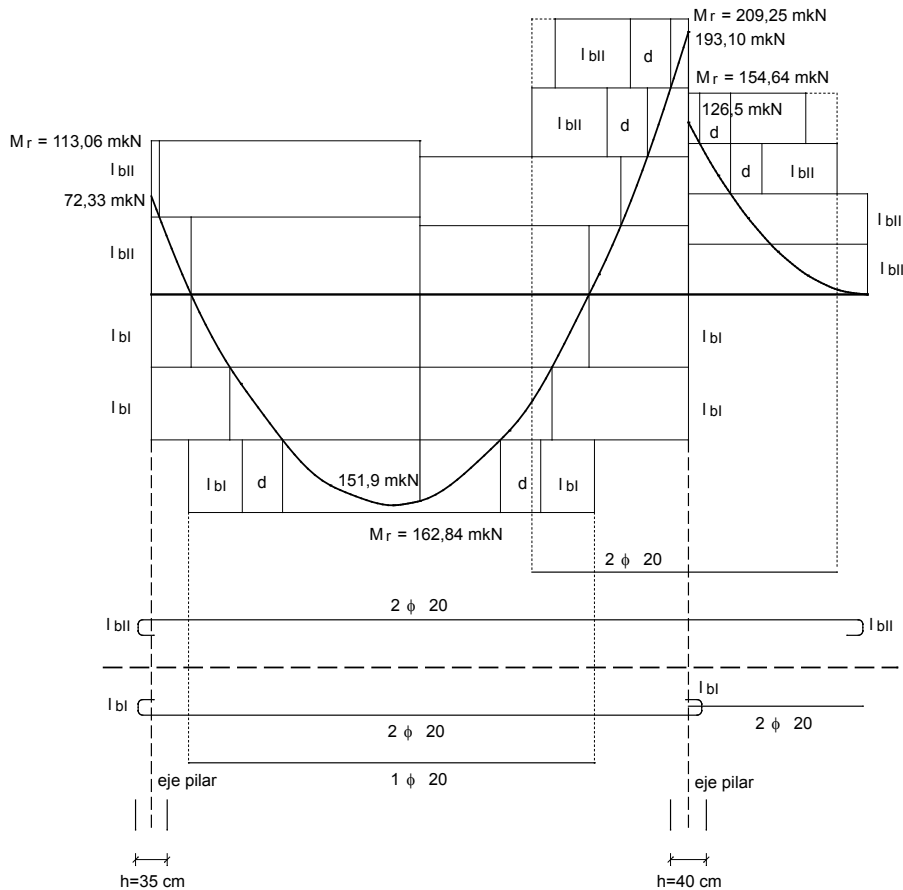




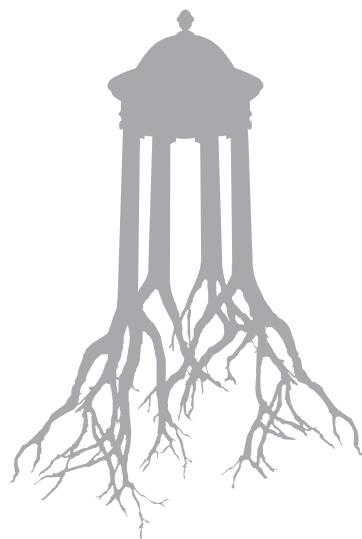
f) Longitudes de anclaje

Hormigón HA-25	$\Rightarrow m=15$		
Acero B 500 S			
$l_{bl}=m \cdot \phi^2 = 60 \text{ cm} >$	$\frac{500}{20} \cdot 2 = 50 \text{ cm}$	$l_{bll}=1,4 \cdot l_{bl}=84 \text{ cm} >$	$\frac{500}{14} \cdot 2 = 71,4 \text{ cm}$
	15 cm		15 cm
	$10 \cdot 2 = 20 \text{ cm}$		$10 \cdot 2 = 20 \text{ cm}$

g) Despiece de las armaduras



De la armadura necesaria para soportar el momento central de la jácena, un tercio se ha de prolongar hasta los ejes de los soportes extremos (uno de los redondos) y anclarse con la longitud de anclaje correspondiente, y un cuarto de la armadura se ha de prolongar hasta los ejes de los soportes centrales, y anclarse con la longitud de anclaje correspondiente. En este caso se cumple, ya que son dos redondos los que van a lo largo de la pieza y están anclados debidamente.



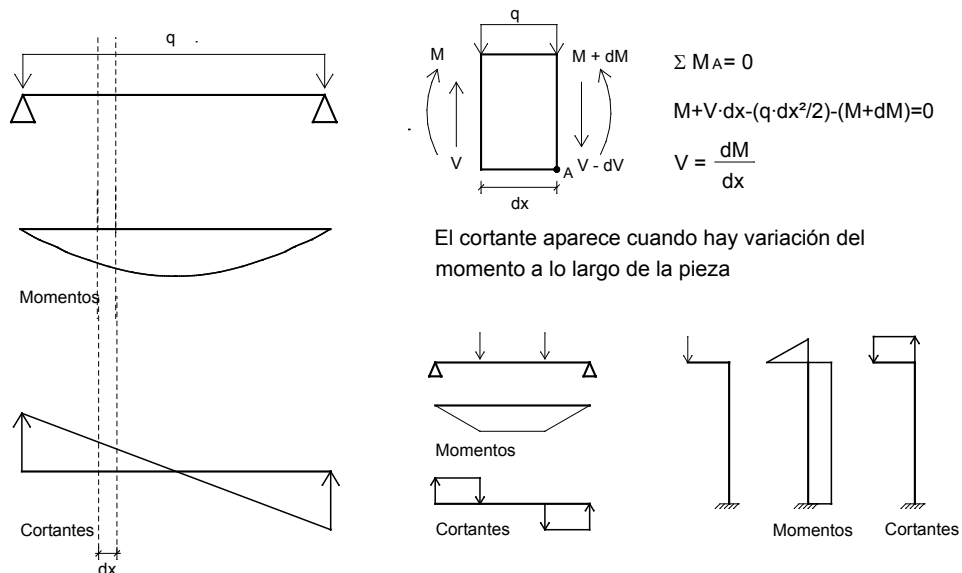


Esfuerzo cortante

El comportamiento de una pieza de hormigón armado frente a los esfuerzos transversales es muy complejo, ya que depende de muchas variables como son la forma de la sección, la esbeltez de la pieza, la armadura longitudinal, la adherencia entre hormigón y acero, el tipo de cargas, etc.

8.1 Existencia o aparición del esfuerzo cortante

En una pieza doblemente apoyada, con una carga uniformemente repartida, si se estudia el equilibrio de una rebanada de ancho d_x , se deduce que el cortante es la derivada del momento.

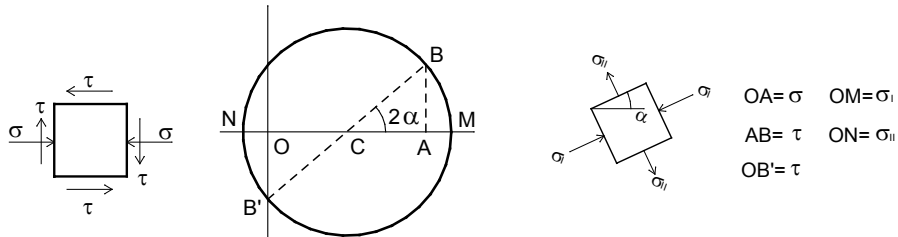




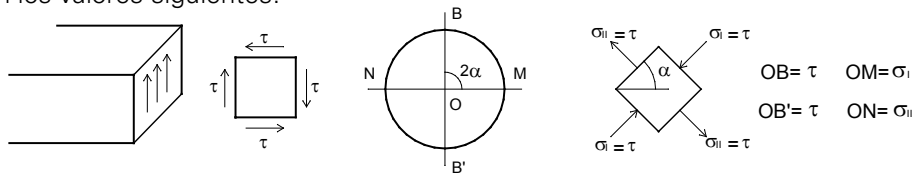
8.2 Efectos del esfuerzo cortante

Las tensiones tangenciales inclinan las direcciones de las tensiones principales de tracción y compresión respecto a la directriz de la pieza.

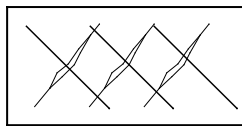
Si conocemos el valor de las tensiones, podemos determinar las tensiones principales de tracción y compresión analíticamente o mediante el círculo de Mohr.



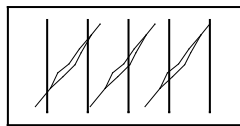
Cuando solo actúan las tensiones tangenciales, las direcciones de las tensiones principales de tracción (σ_{II}) y de compresión (σ_I) son a 45° de la sección recta, con los valores siguientes:



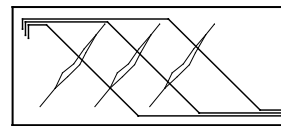
Las tensiones de tracción fisuran la pieza y, por tanto, hay que coserlas con armaduras transversales. Este armado puede ser:



Estribos a 45°



Estribos a 90°



Barras levantadas

Como mínimo la mitad de la armadura transversal debe ser con estribos cerrados.

8.3 Absorción del esfuerzo cortante

Para absorber el esfuerzo cortante analizaremos separadamente la contribución del hormigón y la del acero.

$$V_d = V_{cu} + V_s$$

V_d = Cortante mayorado

V_{cu} = Contribución del hormigón

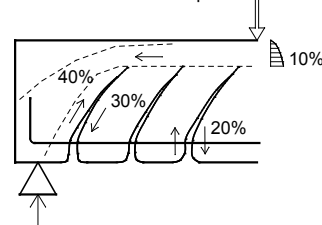
V_s = Contribución del acero



a) Contribución del hormigón

La sección de hormigón, sin armadura transversal, puede soportar una parte del cortante. La manera de resistirlo, con porcentajes de resistencias aproximadas, es la siguiente:

Cabeza comprimida 10 %
 Rugosidad de las fisuras 30 %
 Biela inclinada cerca del apoyo 40 %
 Armadura longitudinal 20 %



Un axil de compresión sería favorable ya que tiende a cerrar las fisuras.

El valor de la contribución del hormigón, con armadura a cortante, demostrado empíricamente, surge de la expresión:

$$V_{cu} = \left[\frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0,15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \cdot b_o \cdot d$$

donde:

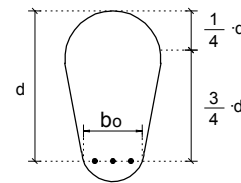
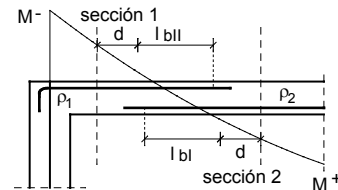
$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad \text{con } d \text{ en mm}$$

ρ_i = cuantía de la armadura traccionada, anclada a una distancia igual o mayor que d , a partir de la sección de estudio

$$\rho_i = \frac{A_s}{b_o \cdot d} \leq 0,02$$

$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c}$; tensión axil en la sección (tracción positiva)

b_o = base de la sección. Dimensión más pequeña, dentro de las tres cuartas partes del canto útil, medido a partir de la armadura traccionada.



Si consideramos $d = 0,9 \cdot h$ ($h = d/0,9$), obtenemos que el segundo término de la expresión de V_{cu} ($0,15 \cdot \sigma'_{cd} \cdot b_o \cdot d$) vale:

$$0,15 \cdot \sigma'_{cd} \cdot b_o \cdot d = 0,15 \cdot \frac{N_d}{b_o \cdot (d/0,9)} \cdot b_o \cdot d = 0,135 \cdot N_d$$

Esto quiere decir que la resistencia a cortante de una sección de hormigón aumenta en un 13,5 % del valor del axil si es de compresión, y disminuye en la misma cantidad si es de tracción. En los casos habituales de estructuras de edificación, el valor de este axil es muy pequeño y, por tanto, se puede despreciar su efecto.

Sin tener en cuenta el efecto favorable del axil, cuando es de compresión, la contribución del hormigón a la resistencia al esfuerzo cortante es:

$$V_{cu} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$$

Sin armadura a cortante, la resistencia de la sección es 1,2 veces mayor.

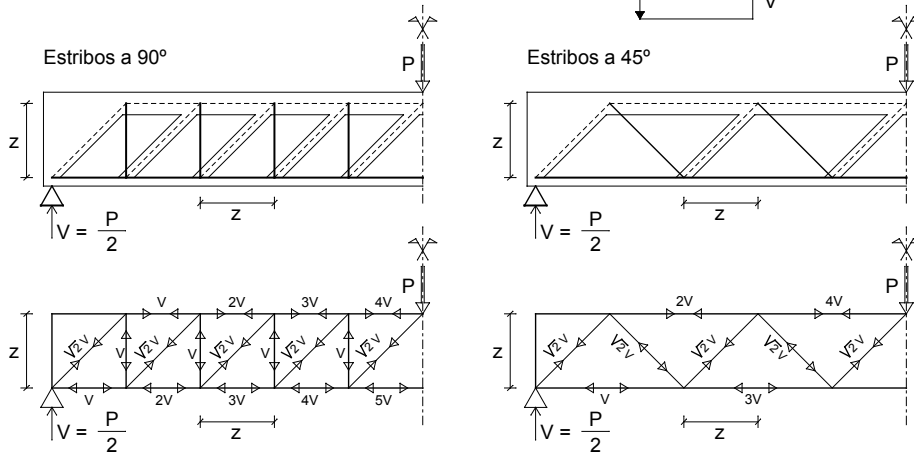


b) Contribución de la armadura

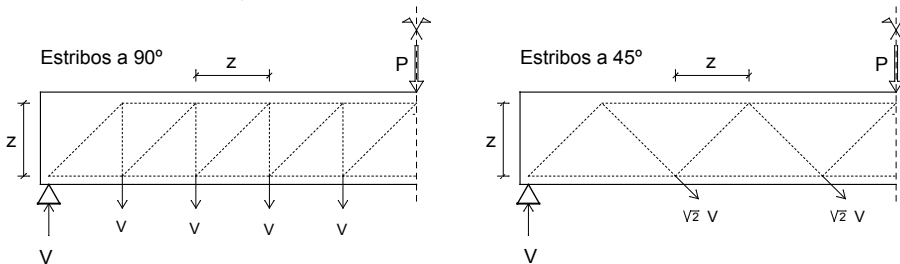
Si el cortante que debe soportar una sección de hormigón es más pequeño que el que puede resistir el hormigón por sí solo, sin armadura, solo se coloca la armadura mínima constructiva; si no, el cortante que queda para absorber lo tendrá que soportar la armadura transversal.

El método de cálculo de esta armadura se basa en la asimilación de la viga de hormigón a una viga en celosía formada por la cabeza comprimida de hormigón como cordón superior, la armadura longitudinal traccionada como cordón inferior, la armadura transversal, vertical o con cualquier ángulo α , como montantes traccionados y las diagonales de hormigón comprimido, consideradas a 45° , o cualquier ángulo θ .

Analogía a la celosía ideada per Mörsch



La carga llega hasta los apoyos, traccionando a los montantes verticales con una fuerza de valor V si se consideran a 90° , y $\sqrt{2} \cdot V$ si es a 45° . Hay que colocar la armadura necesaria para absorberla.



Por ejemplo, en el caso de estribos a 90° , solo habría que colocar a cada distancia z un estribo que, con el área de acero A_s de sus ramas verticales, trabajando a su máxima tensión, fuera capaz de absorber la fuerza V .



Tendríamos, pues, que $V = A_s \cdot f_{yd}$, siendo A_s la suma de las áreas de todas las ramas verticales del estribo.

El cortante en las jácenas suele ser grande y se necesitan muchas ramas verticales, por lo que en lugar de un solo estribo a cada distancia z se coloca un número n de estribos suficientes para soportarlo.

Estribos a 90°

$$V_s = n \cdot A_s \cdot f_{yd} ; (n = \text{número de estribos en } z)$$

$$n = \frac{z}{s_t}$$

$$V_s = \frac{z}{s_t} \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

$$z = 0,9 \cdot d \Rightarrow V_s = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t}$$

Estribos a 45°

$$\sqrt{2} \cdot V_s = n \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

$$n = \frac{z'}{s'_t}$$

$$z' = \frac{z}{\sin 45^\circ} = \frac{2 \cdot z}{\sqrt{2}} \quad \left| \Rightarrow \frac{z'}{s'_t} = \frac{2 \cdot z / \sqrt{2}}{s_t / \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot z}{s_t} = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot d}{s_t} \right.$$

$$s'_t = \frac{s_t / 2}{\cos 45^\circ} = \frac{s_t}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} \cdot V_s = \frac{z'}{s'_t} \cdot A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow V_s = \frac{z'}{s'_t \cdot \sqrt{2}} \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

$$V_s = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow V_s = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \cdot \sqrt{2}$$

Los estribos inclinados a 45 ° absorben más cortante que los verticales.

$$V_{s45^\circ} = \sqrt{2} \cdot V_{s90^\circ} = 1,41 \cdot V_{s90^\circ}$$

Expresión general para cualquier ángulo α .

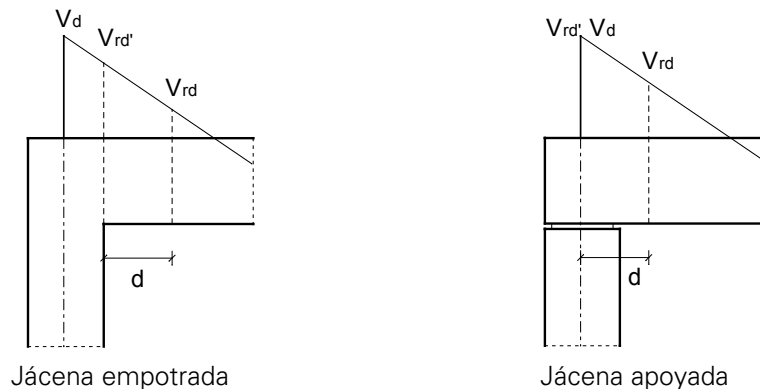
$$V_s = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \cdot \sin \alpha (\cot \alpha + 1) \text{ donde:}$$

$$A_s = \text{Área de las ramas verticales del estribo}$$

$$f_{yd} \leq 400 \text{ N/mm}^2 \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

8.4 Comprobaciones

Tal como hemos visto, el cortante produce tensiones de compresión y de tracción. La compresión la soporta la sección de hormigón y la tracción entre el hormigón y el acero. Se comprobarán las secciones más desfavorables, tanto a compresión como a tracción. Cuando el diagrama de cortante es uniforme (en el caso de la carga puntual), todas las secciones tienen el mismo cortante y, por tanto, la misma tensión; pero en el caso más usual con un diagrama de cortantes triangular (carga uniforme), las máximas tensiones están cerca de los soportes extremos.



En las dos comprobaciones previas al cálculo del armado transversal (agotamiento por compresión oblicua y tracción en el alma), comparamos las capacidades de la sección no con el valor máximo del diagrama de cortantes, V_d , sino con los valores reducidos V_{rd} y V_{rd}' , según el gráfico anterior.

a) Agotamiento por compresión oblicua del hormigón

Esta comprobación se debe hacer para asegurar que se puede aplicar la simulación de la celosía de Mörsch, que considera el hormigón trabajando a compresión según unas bielas oblicuas. Para asegurar que el hormigón podrá resistir este esfuerzo, hay que garantizar que:

$$V_{rd}' \leq V_{u1}$$

V_{rd}' = Esfuerzo cortante efectivo, situado en la cara del pilar o el eje del apoyo, según el caso (jácena empotrada o apoyada).

V_{u1} = Esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua del hormigón, evaluado según la expresión empírica siguiente:

$$\text{Para los casos habituales, } V_{u1} = 0,6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d \cdot \left(\frac{1 + \cot \alpha}{2} \right)$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow V_{u1} = 0,6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$



b) Agotamiento por tracción en el alma (armado de la sección)

Esta comprobación nos sirve para saber si el hormigón absorbe las tracciones y, por tanto, el armado transversal es el mínimo constructivo, o bien es necesario calcular una cuantía de armado transversal.

$$V_{rd} \leq V_{u2}$$

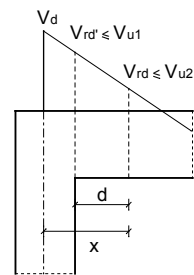
V_{rd} = Esfuerzo cortante efectivo, situado a una distancia de un canto útil de la cara del pilar o del eje del apoyo, según el caso (jácena empotrada o apoyada).

V_{u2} = Esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma, de valor:

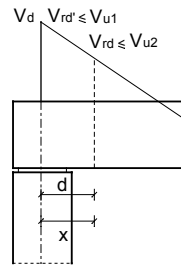
$$V_{u2} = V_{cu} + V_s.$$

8.5 Proceso de cálculo

a) Comprobación del agotamiento por compresión oblicua del hormigón



Jácena empotrada



Jácena apoyada

$$V_{rd} \leq V_{u1} ; V_{u1} = 0,6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d \cdot \left(\frac{1 + \cot \alpha}{2} \right)$$

b) Cálculo del esfuerzo cortante efectivo (V_{rd})

$V_{rd} = V_d - q_d \cdot x$ (también se puede determinar por relación de triángulos)

q_d = Carga exterior mayorada

x = Distancia desde el eje del pilar o apoyo a la sección considerada

c) Cálculo de la contribución del hormigón

$$V_{cu} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$$



d) Cálculo del estribado

Si $V_{cu} > V_{rd} \Rightarrow$ solo es necesario el estribado mínimo.

S_{tmin} = distancia máxima del estribado mínimo. Condiciones

$$S_{tmin} \leq \begin{cases} 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \leq 600 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} \leq \frac{1}{5} V_{u1} \\ 0,60 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \leq 450 \text{ mm} & \text{si } \frac{1}{5} V_{u1} < V_{rd} \leq \frac{2}{3} V_{u1} \\ 0,3 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \leq 300 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} > \frac{2}{3} V_{u1} \end{cases}$$

Utilizaremos en todos los ejemplos de este libro la condición de la primera fila, ya que es lo más usual, pero hay que tener en cuenta que en alguna sección puede resultar más restrictiva la segunda.

Cuantía mínima del estribado

$$S_{tmin} \leq \frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \sin \alpha} \rightarrow \left| \begin{array}{l} A_s = \text{Área de estribos verticales} \\ f_{yd} \leq 400 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right.$$

Distancia mínima transversal $S_{trans} \leq d \leq 500 \text{ mm}$

Si existe armadura longitudinal comprimida (armadura a flexión que se coloca en la cara comprimida cuando el momento es muy fuerte) hay que cumplir además:

$$\phi_t \geq \frac{1}{4} \cdot \phi_{max}$$

$$s_t \leq 15 \cdot \phi_{min}$$

Si $V_{cu} < V_{rd} \Rightarrow$ Cálculo del estribado

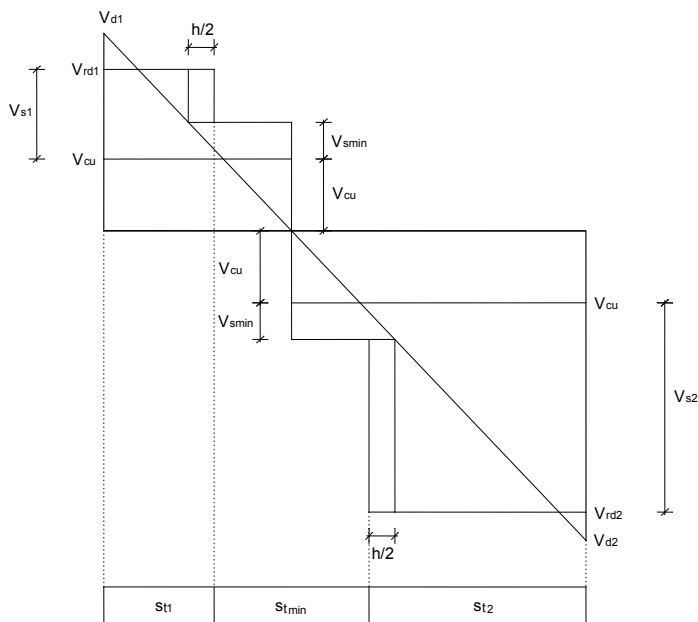
$$V_s = V_{rd} - V_{cu}; \quad s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s}; \quad V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{S_{tmin}}$$

8.6 Zonificación del estribado

Para simplificar, cuando el diagrama de cortantes es triangular, consideramos tan solo tres zonas: una zona central con el estribado mínimo y otras dos zonas en los extremos para absorber los cortantes más fuertes. Los estribados más densos de los extremos, como medida de seguridad, se prolongarán una distancia igual a medio canto de la jácena a partir de la sección donde dejan de ser necesarios. En la zona central determinaremos la distancia según:

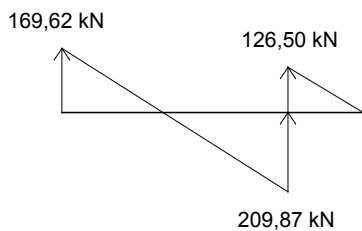
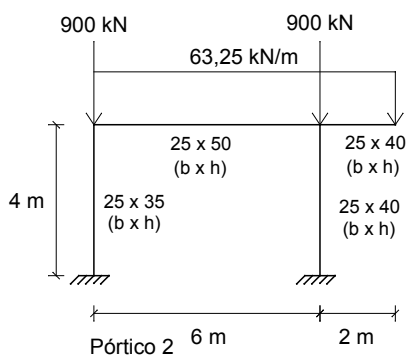
$$V_{s1} = V_{rd1} - V_{cu}; \quad s_{t1} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_{s1}}; \quad V_{s2} = V_{rd2} - V_{cu}; \quad s_{t2} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_{s2}}; \quad V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{S_{tmin}}$$

Representación gráfica de la zonificación



8.7 Ejemplo. Armado de secciones al esfuerzo cortante

Estado de cargas mayoradas y diagrama de cortantes mayorados del pórtico 2 de la estructura predimensionada en el capítulo 2.



Datos generales:

Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$

Acero B 500 S $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

$\gamma_c = 1,5$

$\gamma_s = 1,15$

Ambiente IIa

Armadura transversal $\alpha = 90^\circ$

$\phi_t = 8 \text{ mm}$



a) Comprobación del agotamiento del hormigón por compresión oblicua

- Voladizo

$$V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 0,3 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 250 \cdot 350 = 437.500 \text{ N} = 437,5 \text{ kN} > 126,50 \text{ kN}$$

- Jácena

$$V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 0,3 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 250 \cdot 450 = 526.500 \text{ N} = 526,5 \text{ kN} > \begin{cases} 169,62 \text{ kN} \\ 209,87 \text{ kN} \end{cases}$$

No es necesario el cálculo de V_{rd} (cortante a cara del pilar), ya que V_{u1} es mayor que el máximo valor del cortante.

b) Cortante efectivo de cálculo V_{rd} (cortante a una distancia de un canto útil de la cara del pilar)

- Voladizo

$$V_{rd} = 126,5 - 63,25 \cdot (0,2 + 0,35) = 91,71 \text{ kN}$$

- Jácena

Sección izquierda

$$V_{rd} = 169,62 - 63,25 \cdot (0,175 + 0,45) = 130,09 \text{ kN}$$

Sección derecha

$$V_{rd} = 209,87 - 63,25 \cdot (0,2 + 0,45) = 168,76 \text{ kN}$$

c) Contribución del hormigón $V_{cu} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$

La cuantía geométrica ρ_i de la armadura traccionada varía a lo largo de la pieza en las diferentes secciones. Tanto en la jácena como en el voladizo, hay secciones con 4 ϕ 20 mm y otras con solo 2 ϕ 20 mm. Para simplificar el cálculo, y por el lado de la seguridad, consideraremos la sección menos armada, la que corresponde a los 2 ϕ 20 mm.

- Voladizo $A_{s2\phi20} = 16,283 \text{ cm}^2 \Rightarrow \rho = \frac{6,283}{25 \cdot 35} = 0,00718$

$$V_{cu} = \frac{0,15}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{350}}\right) \cdot (100 \cdot 0,00718 \cdot 25)^{1/3} \cdot 250 \cdot 350 = 40.228 \text{ N} = 40,23 \text{ kN}$$

- Jácena $A_{s2\phi20} = 16,283 \text{ cm}^2 \Rightarrow \rho = \frac{6,283}{25 \cdot 45} = 0,00558$

$$V_{cu} = \frac{0,15}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{450}}\right) \cdot (100 \cdot 0,00558 \cdot 25)^{1/3} \cdot 250 \cdot 450 = 45.136 \text{ N} = 45,13 \text{ kN}$$



d) Cálculo del estribado

Estribado mínimo. Separación máxima de estribos

- Voladizo $d=35$ cm

$$0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) = 0,75 \cdot 35 = 26,25 \text{ cm} \leq 600 \text{ mm}$$

$$\frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \sin \alpha} = \frac{100,5 \cdot 400 \cdot 25}{250 \cdot 25^{2/3}} = 470 \text{ mm} = 47 \text{ cm}$$

Distancia máxima 26 cm

- Jácena $d=45$ cm

$$0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) = 0,75 \cdot 45 = 33,75 \text{ cm} \leq 600 \text{ mm}$$

$$\frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \sin \alpha} = \frac{100,5 \cdot 400 \cdot 25}{250 \cdot 25^{2/3}} = 470 \text{ mm} = 47 \text{ cm}$$

Distancia máxima 33 cm

Cortante absorbido por el estribado mínimo y la sección de hormigón

$$(A_{s2\phi 8} = 100,5 \text{ mm}^2)$$

- Voladizo

$$V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmin}} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 100,5 \cdot 400}{260} = 48.700 \text{ N} = 48,7 \text{ kN}$$

$$V_{cu} + V_{smin} = 40,23 + 48,7 = 88,93,53 \text{ kN}$$

- Jácena

$$V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmin}} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 100,5 \cdot 400}{330} = 49.340 \text{ N} = 49,34 \text{ kN}$$

$$V_{cu} + V_{smin} = 45,13 + 49,34 = 94,47 \text{ kN}$$

e) Estribado en las secciones más desfavorables (a un canto útil de las caras de los pilares)

- Voladizo $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 91,71 - 40,23 = 51,48 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 100,5 \cdot 400}{51.480} = 246 \text{ mm} = 24,5 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = 2 \phi 8 \text{ c/24 cm}$$

- Jácena

Sección izquierda $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 130,09 - 45,13 = 84,96 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 100,5 \cdot 400}{84.960} = 191,63 \text{ mm} = 19,1 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = 2 \phi 8 \text{ c/19 cm}$$

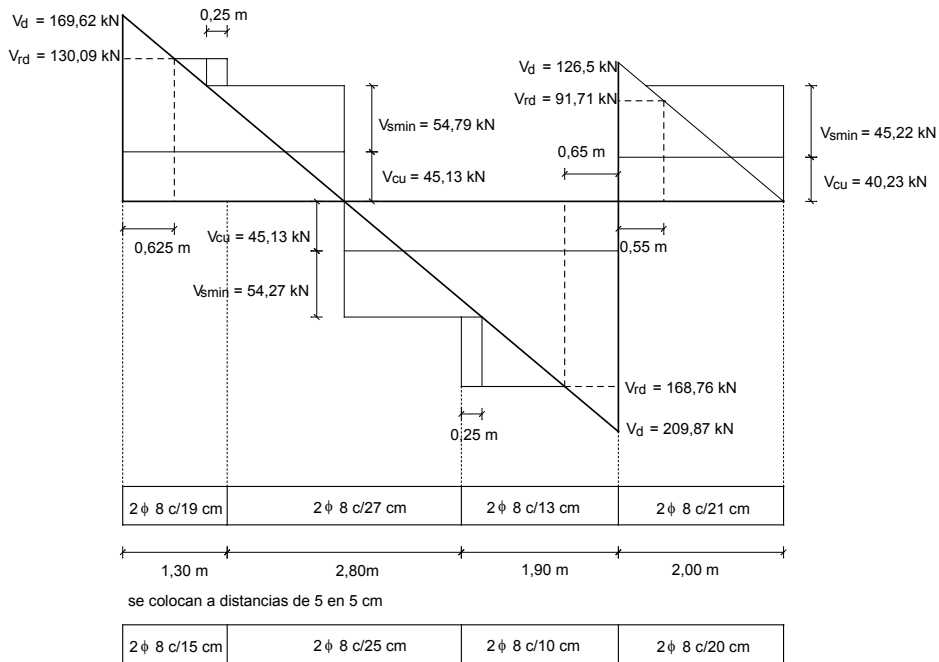


Sección derecha $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 168,76 - 45,13 = 123,63 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 100,5 \cdot 400}{123.630} = 131 \text{ mm} = 13,1 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = 2 \phi 8 \text{ c/13 cm}$$

Zonificación del estribado



Distancia del estribado mínimo a los ejes de los pilares

- Voladizo

$$V_{cu} + V_{smín} = 88,93 \Rightarrow 126,5 - 63,25 \cdot x = 88,93 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0,59 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 0,59 + 0,2 \approx 0,80 \text{ m}$$

- Jácena

Sección izquierda

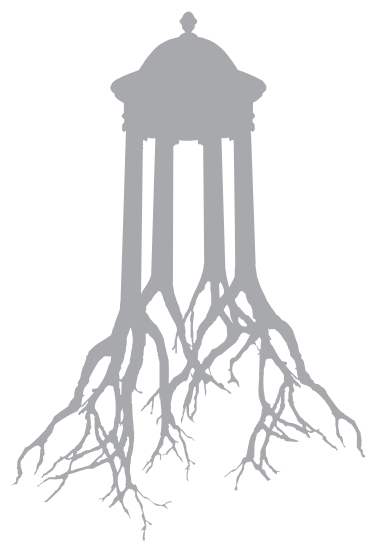
$$V_{cu} + V_{smín} = 94,47 \Rightarrow 169,62 - 63,25 \cdot x = 94,47 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1,19 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,19 + 0,25 \approx 1,45 \text{ m}$$

Sección derecha

$$V_{cu} + V_{smín} = 94,47 \Rightarrow 209,87 - 63,25 \cdot x = 105,47 \Rightarrow$$

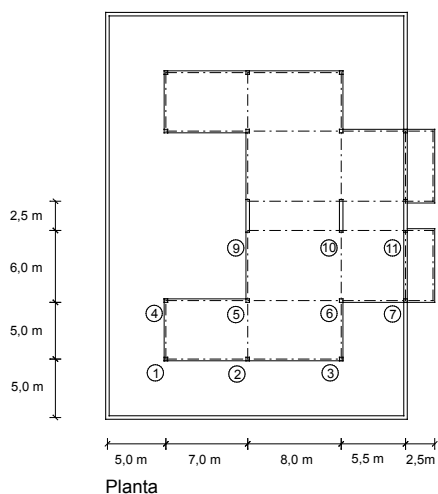
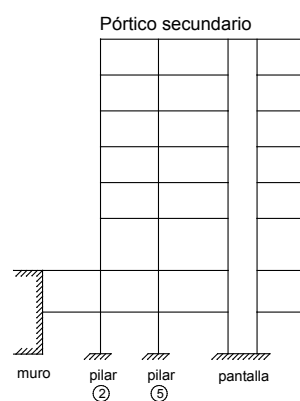
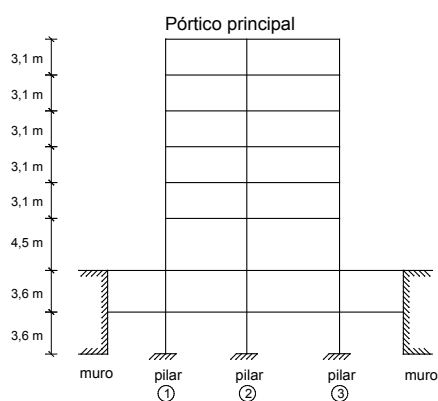
$$\Rightarrow x = 1,83 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,83 + 0,25 \approx 2,10 \text{ m}$$





Ejemplos de aplicación

Todos los ejemplos que se desarrollan en este capítulo hacen referencia a elementos, pilares o jácenas de la estructura en planta y alzados siguiente:



Datos generales:

Hormigón HA-25 $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$

$\gamma_c = 1,5$

Acero B 500 S $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

$\gamma_s = 1,15$

$E_c = 27.300 \text{ N/mm}^2$

$E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$

Ambiente I

Pórticos principales traslacionales

Pórticos secundarios intraslacionales

Condición de partida: pilares y jácenas de fachada base = 30 cm.



9.1 Pilar número 2, planta baja

9.1.1 Predimensionado de la sección

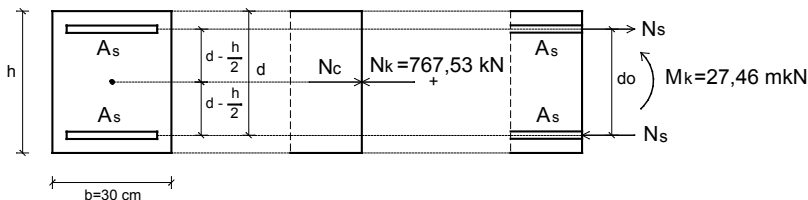
Esfuerzos característicos predimensionados

Lo mismo que hemos hecho en el ejemplo del capítulo 2 de predimensionado: consideramos que los esfuerzos mayorados son los obtenidos mediante un programa de ordenador (tipo WinEva o similar), con los coeficientes de mayoración correspondientes para cada hipótesis de carga, y los característicos predimensionados, los mismos divididos por 1,5. Predimensionamos solo por el momento del pórtico principal con cuantías muy bajas, de 0,25 a 0,35.

Pórtico principal (esfuerzos mayorados, pág. 128)

Axil: $N_k = 767,53 \text{ kN}$ (1.151,3 kN/1,5)

Momento: $M_k = 27,46 \text{ mkN}$ (41,2/1,5 mkN)



Primero predimensionamos la sección para soportar el axil sin armadura ($b = 30 \text{ cm}$), después comprobamos las excentricidades mínimas y, finalmente, la cuantía necesaria para soportar el momento en el plano principal, y en función de esta cuantía se modifica o no se modifica la sección.

Axil:

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd}} = \frac{767,53 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{25/1,5} = 69.077,7 \text{ mm}^2 = 690,777 \text{ cm}^2 \Rightarrow 30 \times 23 \Rightarrow 30 \times 25$$

Con esta aproximación de sección podemos comprobar las excentricidades mínimas y la cuantía de armadura necesaria en el plano principal.

$$\text{Excentricidad inicial: } e = \frac{27,46}{767,53} = 0,035 \text{ m} = 3,5 \text{ cm} > e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \frac{25}{20} = 1,25 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Cuantía para el momento: } \omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2 \cdot 27,46 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 250 \cdot 300 \cdot 250 \cdot 25/1,5} = 0,33$$

Si queremos una cuantía más baja, por ejemplo 0,25, de esta expresión despejamos el canto necesario:

$$\omega = 0,25 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{2 \cdot M_d}{\omega \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 27,46 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 0,8 \cdot 300 \cdot 25/1,5}} = 287 \text{ mm} \Rightarrow h = 30 \text{ cm}$$

El área de acero para este predimensionado y el número de redondos en diámetro 16 mm, por ejemplo, se obtiene a partir de:

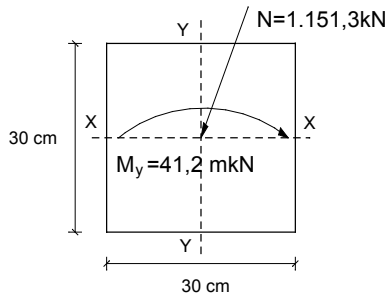
$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{27,46 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 300 \cdot 434,78} = 394,74 \text{ mm}^2 = 4 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \phi 16 \text{ mm en cada cara}$$



9.1.2 Armado a flexión compuesta

Armado del pilar anterior ($30 \times 30 \text{ cm}^2$) sin tener en cuenta el momento del pórtico secundario ni el efecto del pandeo.

Solicitación y excentricidades iniciales



Esfuerzos mayorados en la planta baja del pórtico principal 1-2-3

(recordemos que los esfuerzos del predimensionado son estos dividido por 1,5)

Axil: $N_d = 1.151,3 \text{ kN}$

Momento: $M_d = 41,2 \text{ mkN}$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{412}{1.151,3} = 0,35 \text{ m} = 3,58 \text{ cm}$$

$$e_x = 0$$

Excentricidad mínima en el plano del pórtico principal:

$$e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ cm} \end{cases} \quad e_y = 3,58 \text{ cm} > e_{\min} \Rightarrow M_y = 41,2 \text{ mkN}$$

Utilizamos el diagrama adimensional de flexión o compresión compuesta, correspondiente a $d' = 0,10 \cdot h$, es decir, $d' = 0,10 \cdot 30 = 3 \text{ cm}$.

Armado para el momento del plano X-X. Pórtico principal

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,77 \\ \mu &= \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{41,2 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,09 \end{aligned} \right| \begin{aligned} \omega &= 0,05; \omega = \frac{A_{\text{stot}} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \\ A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} &= 0,05 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 75.000 \text{ N} \\ A_s \cdot f_{yd} &= \frac{75 \text{ kN}}{2} = 37,5 \text{ kN} \Rightarrow 1 \phi 12 \text{ mm} \end{aligned}$$

El armado resultante es muy inferior al predimensionado e inferior al mínimo:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{A_{\text{stot}}}{A_c} \Rightarrow A_{\text{stot}} = 0,004 \cdot 30 \cdot 30 = 3,6 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_s = 1,8 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 78,3 \text{ kN} \Rightarrow 2 \phi 12 \text{ mm} \\ A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} &\geq 0,1 N_d = 0,1 \cdot 1.151,3 = 115,13 \text{ kN} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 57,56 \text{ kN} \end{aligned} \right|$$



Armado para el momento del plano Y-Y. Pórtico secundario

Aunque no tenemos en cuenta ningún momento en este plano, hay que comprobar que el armado anterior es capaz de soportar el momento mínimo resultante de considerar el axil actuando con la excentricidad mínima. La armadura resultante es muy inferior a la del predimensionado e inferior al mínimo.

$$e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ cm} \end{cases}; e_x = 0 < e_{\min} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{\min} = 1.151,3 \cdot 0,02 = 23,03 \text{ mkN}$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,77$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{23,03 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,05$$

Con estos valores estamos por debajo de la curva de $\omega = 0$ en el diagrama de flexión compuesta, por lo que la cuantía necesaria es inferior a la mínima.

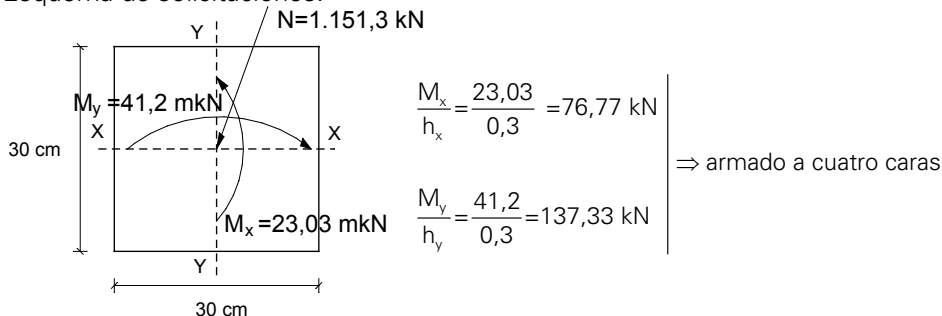
Con los dos redondos de las esquinas tenemos suficiente para soportar el momento mínimo del pórtico secundario.

9.1.3 Armado a flexión esviada

Armado del mismo pilar sin tener en cuenta el efecto del pandeo, pero sí el momento mayorado del pórtico secundario, de valor $M_d = 6,2 \text{ mkN}$ (pág. 128).

Tal como se ha comprobado en el punto anterior, el momento del pórtico principal es superior al momento mínimo, pero no lo es en el pórtico secundario. Por tanto, en este plano hay que considerar el momento mínimo que se ha encontrado antes (23,03 mkN). De hecho, son los mismos esfuerzos que en el apartado anterior y, por tanto, el armado encontrado es válido, pero ahora se armará teniendo en cuenta su actuación de manera simultánea en ambos planos para ver las diferencias.

Esquema de solicitaciones:



El armado óptimo es a cuatro caras o, en cualquier caso, a las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal, ya que el momento en relación con el canto, en este plano, es casi el doble que el momento en relación con el canto del otro.

Para comparar los resultados obtenidos en el punto anterior, se armará a las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal.



De la lectura del ábaco en roseta para flexión esviada, armadura a dos caras, $d' = 0,10 \cdot h$, podemos extraer los resultados siguientes:

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,77 & \left. \begin{aligned} v &= 0,6 \Rightarrow \text{según el ábaco roseta } \omega \approx 0,01 \\ v &= 0,8 \Rightarrow \text{según el ábaco roseta } \omega \approx 0,11 \end{aligned} \right\} \\
 \mu_y &= \frac{M_{yd}}{A_c \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{41,2 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,09 = \mu_a \\
 \mu_x &= \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{23,03 \cdot 10^6}{300 \cdot 250 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,05 = \mu_b & \left. \begin{aligned} &\text{interpolando, para } v = 0,77 \Rightarrow \omega \approx 0,095 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

El valor de v da 0,77 y, por tanto, se lee en los cuadrantes de $v = 0,6$ y $v = 0,8$, para obtener los valores correspondientes de cuantía mecánica ω y luego se interpola para el valor de $v = 0,77$.

El valor de la cuantía mecánica, $\omega = 0,095$, es mayor que la cuantía del armado anterior $\Rightarrow \omega = 0,05$, ya que considerar la actuación conjunta con un momento ficticio o mínimo está por el lado de la seguridad.

Si conocemos ω se puede determinar la capacidad mecánica de armadura total:

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,095 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 142.500 \text{ N} = 142,5 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{142,5}{2} = 71,25 \text{ kN} \Rightarrow 2\phi 12 \text{ mm (98,35 kN)}$$

En este caso, tenemos el mismo armado, 2 ϕ 12 mm por cara

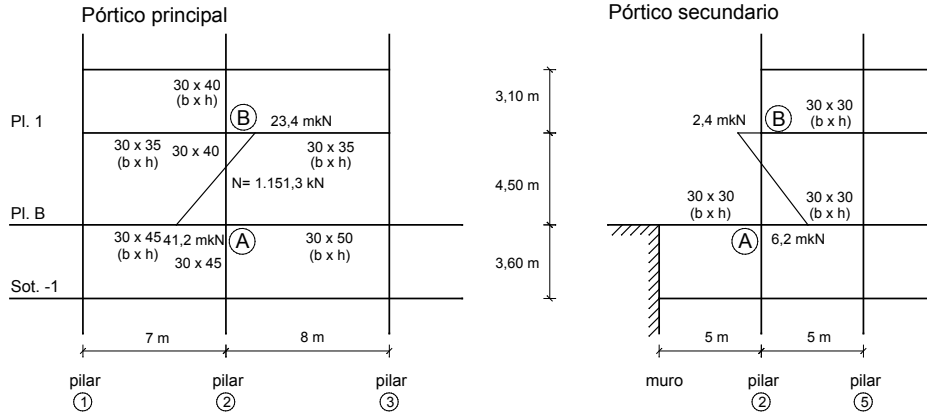
9.1.4 Armado a flexión esviada considerando el pandeo

En el cálculo del armado del pilar número 2 en la planta baja, hemos visto hasta ahora que, en el predimensionado, la armadura necesaria es algo mayor que en el armado con el ábaco de flexión compuesta, incluso considerando el momento mínimo que produce la excentricidad mínima o accidental en el pórtico secundario. En este ejemplo, el momento en el pórtico secundario es tan pequeño que a efectos del cálculo es como si no hubiera. Se considera el momento mínimo.

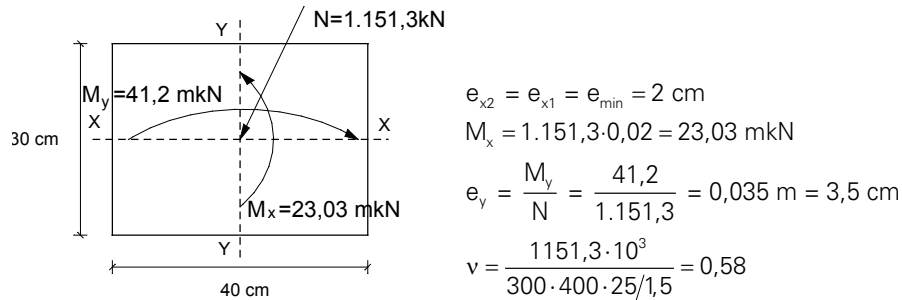
Con los mismos esfuerzos, utilizando el ábaco roseta ha dado mayor cuantía mecánica (ω) que con el ábaco de flexión compuesta, ya que se considera la actuación de los dos momentos conjuntamente; sin embargo, por condición de armadura mínima, el armado final es el mismo. Añadimos ahora la consideración de la deformación de segundo orden por efecto del pandeo. Si consideramos, en principio, los mismos datos de partida que al iniciar este ejemplo, en este caso nos encontramos con que el aumento de los momentos que hay que tener en cuenta es tan importante (prácticamente tres veces más que los iniciales en cada plano) que el armado necesario es excesivo, superior a la cuantía máxima admisible. Por lo tanto, hay que aumentar las dimensiones de la sección para hacer posible el armado.



Los nuevos datos dimensionales considerados para este pilar son 30 x 40 (b x h), y el resto de elementos se consideran según lo indicado en el gráfico siguiente.



Solicitación y excentricidades iniciales



Análisis del pandeo en el pórtico principal

(Pórtico traslacional o desplazable a partir de la planta baja)

$e_2 = 3,5 \text{ cm}$ $C = 0,24$ $h = 40 \text{ cm}$ $v = 0,58$,

$$\lambda_{inf} = 35 \sqrt{\frac{0,24}{0,58} \left[1 + \frac{0,24}{3,5/40} \right]} = 43,56$$

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 40} / 450 + 4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 40} / 310}{4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 35} / 700 + 4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 35} / 800} = 3,04$$

$$\alpha_y = \sqrt{\frac{7,5 + 4 \cdot (3,04 + 1,38) + 1,6 \cdot 3,04 \cdot 1,38}{7,5 + (3,04 + 1,38)}} = 1,64$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 40} / 450 + 4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 45} / 360}{4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 45} / 700 + 4 \cdot E \cdot I_{30 \cdot 50} / 800} = 1,38$$

$$\lambda_{my} = \frac{1,64 \cdot 450}{40 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{738}{11,55} = 63,89 > 43,56 \Rightarrow \text{Pandeo}$$



Excentricidad adicional y momento final

$$e_{ay} = (1 + 0,12 \cdot \beta_y) \cdot (\varepsilon_y + 0,0035) \cdot \frac{h_y + 20 \cdot e_{ey}}{h_y + 10 \cdot e_{ey}} \cdot \frac{l_{oy}^2}{50 \cdot i_{cy}}$$

$$e_{ey} = e_y = 3,5 \text{ cm (pórtico traslacional)}$$

$$\beta_y = 1 \text{ (armado en las dos caras perpendiculares al plano considerado)}$$

$$\varepsilon_y = \frac{500/1,15}{200.000} = 0,00217 \text{ (armadura B-500-S)} \Rightarrow k = 0,00044$$

$$e_{ay} = (1 + 0,12 \cdot 1) \cdot (0,00217 + 0,0035) \cdot \frac{40 + 20 \cdot 3,5}{40 + 10 \cdot 3,5} \cdot \frac{738^2}{50 \cdot 11,55} = 8,79 \text{ cm}$$

$$\text{o bien, } e_{ay} = K \cdot \frac{30 + 20 \cdot e_{oy}}{30 + 10 \cdot e_{oy}} \cdot \frac{l_{oy}^2}{h_y} = 0,00044 \cdot \frac{40 + 20 \cdot 3,5}{40 + 10 \cdot 3,5} \cdot \frac{738^2}{40} = 8,79 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidad total: } e_{toty} = e_{ey} + e_{ay} = 3,5 + 8,79 = 12,29 \text{ cm}$$

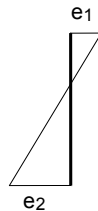
$$\text{Momento final: } M_y = N \cdot e_{toty} = 1.151,3 \cdot 0,1229 = 141,49 \text{ mkN}$$

Análisis del pandeo en el pórtico secundario

(Pórtico intraslacional o indesplazable)

$$C = 0,16 \quad h = 30 \quad v = 0,58$$

$$\lambda_{inf} = 35 \sqrt{\frac{0,16}{0,58} \left[1 + \frac{0,24}{2/30} + 3,4 \left(\frac{-2}{2} - 1 \right)^2 \right]} = 78,42$$



$$e_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{2,4}{1.151,3} = 0,0021 \text{ m}$$

$$e_1 = 0,21 \text{ cm} < 2 \Rightarrow e_1 = 2 \text{ cm}$$

$$e_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{6,2}{1.151,3} = 0,0054 \text{ m}$$

$$e_2 = 0,54 < 2 \Rightarrow e_2 = 2 \text{ cm}$$

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{40-30}/450 + 4 \cdot E \cdot I_{40-30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30-30}/500} = 3,63 \quad \alpha = \frac{0,64 + 1,4 \cdot (3,63 + 1,78) + 3 \cdot 3,63 \cdot 1,78}{1,28 + 2 \cdot (3,63 + 1,78) + 3 \cdot 3,63 \cdot 1,78} = 0,88$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{40-30}/450 + 4 \cdot E \cdot I_{45-30}/360}{4 \cdot E \cdot I_{30-30}/500 + 4 \cdot E \cdot I_{30-30}/500} = 1,78 \quad \lambda_{my} = \frac{0,88 \cdot 450}{30 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{396}{8,66} = 45,73 < 78,42 \Rightarrow \text{No pandea}$$



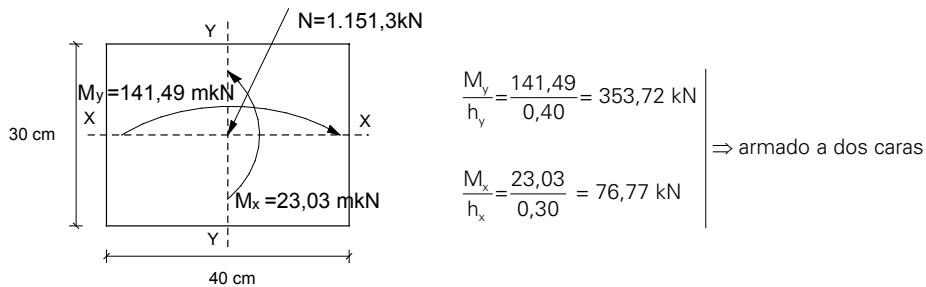
Excentricidad adicional y momento final

No hay que considerar la excentricidad de pandeo, por tanto, el momento final es el que produce la excentricidad mínima que, como hemos visto antes, es mayor que el que producen las cargas exteriores. $M_x = 23,03 \text{ mkN}$.

Solicitación final del pilar y disposición idónea de las armaduras

El pilar está solicitado por un momento mayor que el mínimo en el pórtico principal, que se ha visto aumentado por pandeo y un momento mínimo en el pórtico secundario. Se podría armar como una solicitación de flexión compuesta según el pórtico principal y comprobar que se soporta el momento mínimo en el secundario, o como una solicitación de flexión esviada.

Lo armaremos como una solicitación de flexión esviada, con axil y dos momentos, un momento en cada uno de los planos principales de la sección:



La disposición recomendable de las armaduras es en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal, ya que la relación entre momento y canto en el pórtico es más del doble que en el pórtico secundario. Así pues, podemos considerar bueno el criterio de partida de armar las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal.

Cálculo de la armadura colocada en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal.

De la lectura del ábaco en roseta para flexión esviada, a dos caras, $d' = 0,10 \cdot h$ sacamos los datos siguientes:

$$v = \frac{1.151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,58 \approx 0,6 \quad \left| \quad v = 0,4 \Rightarrow \text{según ábaco roseta } \omega \approx 0,25 \right.$$

$$\mu_y = \frac{141,49 \cdot 10^6}{300 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,18 = \mu_a \quad \left| \quad v = 0,6 \Rightarrow \text{según ábaco roseta } \omega \approx 0,28 \right.$$

$$\mu_x = \frac{23,03 \cdot 10^6}{400 \cdot 300^2 \cdot 25/1,5} = 0,05 = \mu_b \quad \left| \quad \text{Interpolando, para } v = 0,58 \Rightarrow \omega \approx 0,277 \right.$$



Cálculo de la armadura

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,277 \cdot 300 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 554.000 \text{ N} = 554 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{277}{2} = 277 \text{ kN}$$

Esta capacidad mecánica requiere un armado de:

6 ϕ 12 mm por cara (295,04 kN) (12 ϕ en total)

4 ϕ 16 mm por cara (349,67 kN) (8 ϕ en total)

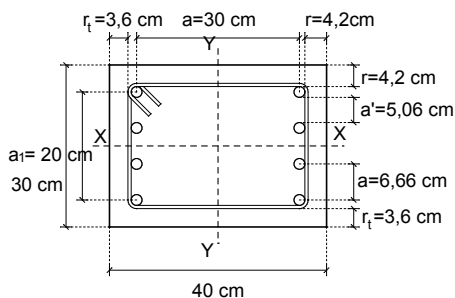
3 ϕ 20 mm por cara (409,77 kN) (6 ϕ en total)

La solución con ϕ 12 es poco viable ya que no cumpliría los requisitos de separación entre diámetros. La solución con ϕ 16 es viable y más económica que la de ϕ 20.

Hay otros factores que influirán en la elección de la solución, como la coherencia con el resto de obra, la facilidad de ejecución y control, la economía, la disponibilidad en el mercado... En nuestro ejemplo, elegimos la solución de 4 ϕ 16 mm en cada cara.

Dibujo acotado de la sección.

Consideramos un recubrimiento mecánico de 5 cm como en todos los ejemplos, para asegurar un buen recubrimiento de las armaduras.



$r = 4,2 \text{ cm}$ cumple hasta Ambiente IIb

$r_t = 3,6 \text{ cm}$ cumple hasta Ambiente IIa

$$a' = 5,06 \text{ cm} > \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi = 1,6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_1 = 20 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$$

$$\text{TMA} \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' = 41 \text{ mm} \\ 0,8 \cdot r = 29 \text{ mm} \end{cases}$$

Según los ábacos utilizados, el recubrimiento mecánico debería ser de $d' = 0,1 \cdot h$, es decir, 4 cm en el plano principal y 3 cm en el secundario. Los requisitos de recubrimiento obligan a colocar la armadura más hacia el interior de la pieza y esto supone una pérdida de brazo mecánico.



Hay que comprobar si el armado que se ha elegido finalmente puede cubrir esta pérdida de brazo mecánico.

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ de cálculo} \times \text{brazo mec. de cálculo} \leq A_s \cdot f_{yd} \text{ necesaria} \times \text{brazo mec. real}$$

$$\text{Resultante del brazo mecánico de cálculo: } \sqrt{32^2 + 24^2} = 40 \text{ cm}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ necesaria} \times \text{brazo mec. de cálculo} = 277 \text{ kN} \cdot 0,40 \text{ m} = 110,80 \text{ m kN}$$

$$\text{Resultante de brazo mec. real: } \sqrt{35^2 + 25^2} = 43,01 \text{ cm}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ colocada} \times \text{brazo mec. real} = 349,67 \text{ kN} \cdot 0,43 \text{ m} = 150,36 \text{ m kN}$$

Aunque hay pérdida de brazo mecánico, el exceso de armadura colocada respecto de la que es estrictamente necesaria cubre la solicitación que se necesita.

Disposición del armado transversal (1e ϕ 6 mm cada 20 cm)

$$a_1 = 13,32 \text{ cm} < 30 \text{ cm} \Rightarrow \text{no hay que estribar perpendicularmente}$$

$$\phi_t = 6 \text{ mm} \geq \begin{cases} 6 \text{ mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 16 = 4,0 \text{ mm} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b = 30 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 1,6 = 24 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow \text{estribado} = 1 \text{ e } \phi 6 \text{ mm c/ 20 cm}$$

Condiciones de armadura mínima

$$\rho = \frac{A_{\text{stot}}}{A_c} = \frac{16,085 \text{ cm}^2}{30 \cdot 40 \text{ cm}^2} = 0,013 > 0,004 \Rightarrow \text{correcto}$$

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 699,34 \text{ kN} > 0,1 \cdot N_d = 0,1 \cdot 1.151,3 = 115,13 \text{ kN} \Rightarrow \text{correcto}$$

Condición de armadura máxima (si $\omega < 1$, correcto)

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 699,34 \text{ kN} < A_c \cdot f_{cd} = 300 \cdot 400 \cdot \frac{25}{1,5} = 2.000.000 \text{ N} = 2.000 \text{ kN} \Rightarrow \text{correcto}$$



9.2 Pilar número 3, planta ático

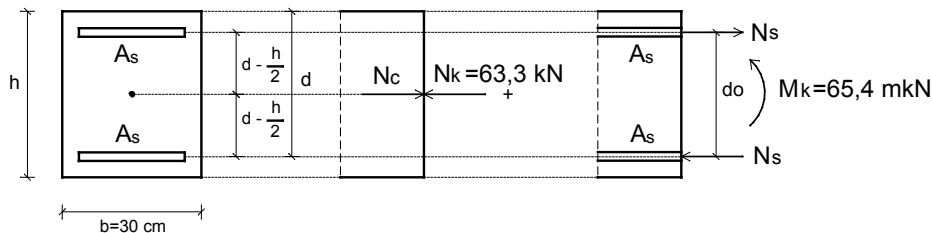
9.2.1 Predimensionado de la sección

Esfuerzos característicos predimensionados en el pilar 3, planta ático.

Pórtico principal (esfuerzos mayorados, pág. 137)

Axil: $N_k = 63,3 \text{ kN}$ (95 kN/1,5)

Momento: $M_k = 65,4 \text{ mkN}$ (98,1 mkN/1,5)



Primero predimensionamos la sección para soportar el axil sin armadura ($b = 30 \text{ cm}$), después comprobamos las excentricidades mínimas y la cuantía necesaria para soportar el momento en cada plano principal y, en función de la cuantía total, se modifica o no se modifica la sección.

Axil:

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd}} = \frac{63,3 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{25/1,5} = 5.697 \text{ mm}^2 = 57 \text{ cm}^2 \Rightarrow 30,00 \times 1,9 \Rightarrow 30 \times 30$$

El axil de un pilar de la última planta es muy inferior que el de la planta baja, por lo que la sección de hormigón para soportarlo es muy pequeña. Probaremos con 30×30 (mínimo aconsejable), y en función de la cuantía de armadura necesaria para soportar el momento rectificamos.

$$\text{Excentricidad inicial: } e = \frac{65,4}{63,3} = 1,03 \text{ m} = 103 \text{ cm} > e_{\min} \geq \begin{matrix} 2 \text{ cm} \\ \frac{30}{20} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ cm} \end{matrix}$$

$$\text{Cuantía para el momento: } \omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2 \cdot 65,4 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,545$$

Para soportar el momento la cuantía necesaria es una cuantía media. Por si hay pandeo convendría considerar una cuantía más baja, de 0,25 a 0,4, pero continuamos con esta sección.

El área de acero para este predimensionado y el número de redondos en diámetro 16 mm, por ejemplo, se obtiene a partir de:

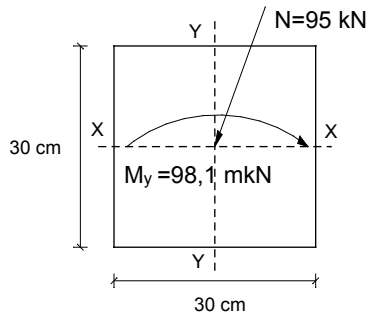
$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{65,4 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 300 \cdot 434,78} = 940,13 \text{ mm}^2 = 9,4 \text{ cm}^2 \Rightarrow 5 \phi 16 \text{ mm en cada cara}$$



9.2.2 Armado a flexión compuesta

Armado del pilar anterior (30 x 30 cm²) sin tener en cuenta el momento del pórtico secundario ni el efecto del pandeo.

Solicitación y excentricidades iniciales



Esfuerzos mayorados en la planta ático del pórtico principal 1-2-3

(recordemos que los esfuerzos del predimensionado son estos divididos por 1,5)

Axil: $N_d = 95 \text{ kN}$

Momento: $M_d = 98,1 \text{ mkN}$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{98,1}{95} = 1,033 \text{ m} = 103,3 \text{ cm}$$

$$e_x = 0$$

Excentricidad mínima en el plano del pórtico principal:

$$e_{\min} \geq \frac{2 \text{ cm}}{h} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ cm} \quad e_y = 103,3 \text{ cm} > e_{\min} \Rightarrow M_y = 98,1 \text{ mkN}$$

Utilizamos el diagrama adimensional de flexión o compresión compuesta, correspondiente a $d' = 0,10 \cdot h$, es decir, $d' = 0,10 \cdot 30 = 3 \text{ cm}$.

Armado al momento del plano X-X. Pórtico principal

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{95 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,063 \\ \mu &= \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{98,1 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,218 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \omega &= 0,48; \quad \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,48 \\ A_{stot} \cdot f_{yd} &= 0,48 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 720.000 \text{ N} \\ A_s \cdot f_{yd} &= \frac{720 \text{ kN}}{2} = 360 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 5 \phi 16 \text{ mm (437,09 kN)} \\ 3 \phi 20 \text{ mm (409,77 kN)} \end{cases} \end{aligned} \right.$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 360 \text{ kN} \Rightarrow A_s = \frac{360.000}{500/1,15} = 828 \text{ mm}^2 = 8,28 \text{ cm}^2$$

El armado resultante es similar al predimensionado ($A_s = 9,4 \text{ cm}^2$), incluso un poco por debajo.

En la medida que aumenten las solicitaciones, necesitaremos dimensiones mayores o más armadura.



Armado al momento del plano Y-Y. Pórtico secundario

Aunque no consideramos el momento en este plano, debemos comprobar que el armado anterior sea capaz de soportar el momento mínimo resultante de considerar el axil actuando con la excentricidad mínima.

$$e_{\min} \geq \left| \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ cm} \right| ; \quad e_x = 0 < e_{\min} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{\min} = 95 \cdot 0,02 = 1,9 \text{ mkN}$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{95 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,063$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1,9 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,004$$

$$\omega = 0 \Rightarrow \text{armadura mínima}$$

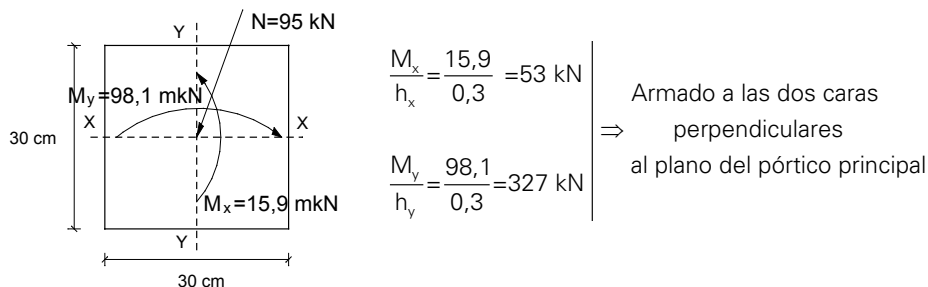
Con los dos redondos de las esquinas tenemos suficiente para soportar el momento mínimo del pórtico secundario.

9.2.3 Armado a flexión esviada

Armado del mismo pilar sin tener en cuenta el efecto del pandeo, pero sí el momento mayorado del pórtico secundario, de valor $M_d = 15,9 \text{ mkN}$ (pág. 137).

Este momento es superior al que produce la excentricidad mínima, que hemos calculado en el punto anterior, de valor $1,9 \text{ mkN}$. Así pues, no se puede armar con el ábaco de flexión compuesta con los dos momentos por separado. Hay que armar teniendo en cuenta la actuación simultánea en ambos planos con el ábaco en roseta para flexión esviada.

Esquema de solicitaciones:



El armado óptimo es en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico principal, ya que el momento en relación con el canto, en este plano, es mayor del doble que el momento en relación con el canto del pórtico secundario. Armaremos, pues, en estas caras y el resultado se podrá comparar con el armado anterior.



De la lectura del ábaco en roseta para flexión esviada, armadura a dos caras, $d' = 0,10 \cdot h$ podemos extraer los resultados siguientes:

$$\begin{aligned} v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{95 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,063 \\ \mu_y &= \frac{M_{yd}}{A_c \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{98,1 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,218 = \mu_a \\ \mu_x &= \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{15,9 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,035 = \mu_b \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} v = 0,0 \Rightarrow \text{según el ábaco roseta } \omega \approx 0,55 \\ v = 0,2 \Rightarrow \text{según el ábaco roseta } \omega \approx 0,38 \\ \text{interpolando, para } v = 0,063 \Rightarrow \omega \approx 0,50 \end{array} \right.$$

El valor de v da 0,063 y, por tanto, se lee en los cuadrantes de $v = 0,0$ y $v = 0,2$, para obtener los valores correspondientes de cuantía mecánica ω y luego interpolar para el valor de $v = 0,063$.

En este caso, la cuantía necesaria es muy similar a la obtenida en el punto anterior.

Si conocemos ω se puede determinar la capacidad mecánica de armadura total:

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,50 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 750.000 \text{ N} = 750 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{750}{2} = 375 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 375 \text{ kN} \Rightarrow \begin{array}{l} 5\phi 16 \text{ mm (437,09 kN)} \\ 3\phi 20 \text{ mm (409,77 kN)} \\ 2\phi 25 \text{ mm (426,85 kN)} \end{array}$$

9.2.4 Armado a flexión esviada con pandeo

En el cálculo del armado del pilar número 3, en la planta ático, hemos visto hasta ahora que, en el predimensionado, la armadura necesaria es muy parecida a la obtenida con el ábaco de flexión compuesta, aun considerando el momento mínimo que produce la excentricidad mínima o accidental en el pórtico secundario.

En este caso, el momento de actuación en el pórtico secundario es superior al mínimo y, por tanto, se debe armar con el ábaco de flexión esviada teniendo en cuenta la actuación simultánea de los dos momentos. Sin embargo, el armado es muy parecido al que se obtiene con el ábaco de flexión compuesta probablemente debido a la importancia del momento del pórtico principal con respecto al del pórtico secundario.

Añadimos ahora la consideración de la deformación de segundo orden por efecto del pandeo, que puede aumentar los valores de los momentos y, por tanto, invalidar el armado anterior.



Análisis del pandeo en el pórtico secundario

(Pórtico intraslacional o indesplazable)

$$e_2 = 16,7 \text{ cm} \quad e_1 = -12,6 \text{ cm} \quad C = 0,16 \quad h = 30 \text{ cm} \quad v = 0,063$$

$$e_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{15,9}{95} = 0,167 \text{ m} = 16,7 \text{ cm}; \quad e_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{12}{95} = 0,126 \text{ m} = 12,6 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{inf}} = 35 \sqrt{\frac{0,16}{0,063} \left[1 + \frac{0,24}{16,7/30} + 3,4 \left(\frac{-12,6}{16,7} - 1 \right)^2 \right]} = 192 > 100 \Rightarrow \lambda_{\text{inf}} = 100$$

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30,30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30,30}/500} = 1,61 \quad \alpha = \frac{0,64 + 1,4 \cdot (1,61 + 3,23) + 3 \cdot 1,61 \cdot 3,23}{1,28 + 2 \cdot (1,61 + 3,23) + 3 \cdot 1,61 \cdot 3,23} = 0,87$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30,30}/310 + 4 \cdot E \cdot I_{30,30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30,30}/500} = 3,23 \quad \lambda_{\text{mx}} = \frac{0,87 \cdot 310}{30 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{269,7}{8,66} = 31,14 < 100 \Rightarrow \text{No pandea}$$

Excentricidad adicional y momento final

No hay que considerar la excentricidad de pandeo, por tanto, el momento final es el inicial obtenido por las cargas exteriores. $M_x = 15,9 \text{ mKN}$

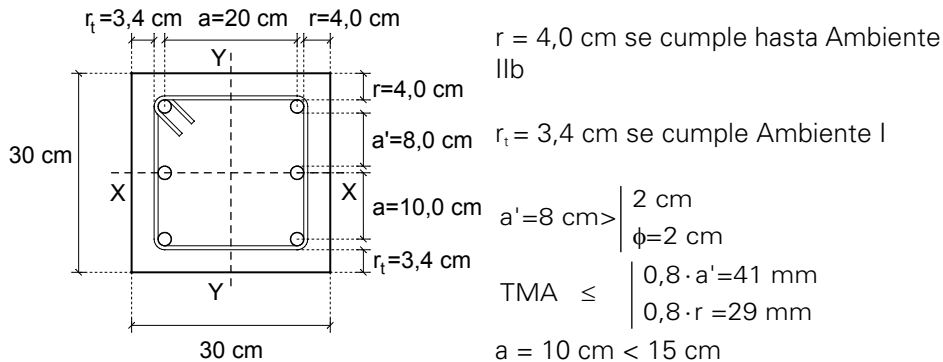
Solicitación final del pilar y disposición idónea de las armaduras

Al no haber pandeo en ninguno de los planos, los momentos finales son los iniciales debidos a las cargas exteriores, por tanto, el armado obtenido en la página 136 es el correcto

$$A_s \cdot f_{yd} = 382,5 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 5\phi 16 \text{ mm (437,09 kN)} \\ 3\phi 20 \text{ mm (409,77 kN)} \\ 2\phi 25 \text{ mm (426,85 kN)} \end{cases}$$

El $\phi 20 \text{ mm}$ sería el más económico, seguido del $\phi 25 \text{ mm}$. Elegimos la solución con $3 \phi 20 \text{ mm}$.

Dibujo acotado de la sección





Según los ábacos utilizados, el recubrimiento mecánico debería ser de $d' = 0,1 \cdot h$, es decir, 3 cm en el plano principal y 3 cm en el secundario. Los requisitos de recubrimiento obligan a colocar la armadura más hacia el interior de la pieza y esto supone una pérdida de brazo mecánico.

Hay que comprobar si el armado elegido finalmente puede cubrir esta pérdida de brazo mecánico.

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ de cálculo} \times \text{brazo mec. de cálculo} \leq A_s \cdot f_{yd} \text{ necesaria} \times \text{brazo mec. real}$$

$$\text{Resultante del brazo mec. de cálculo: } \sqrt{24^2 + 24^2} = 33,94 \text{ cm}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ necesaria} \times \text{brazo mec. de cálculo} = 382,5 \text{ kN} \cdot 0,3394 \text{ m} = 129,82 \text{ mkN}$$

$$\text{Resultante del brazo mec. real: } \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,28 \text{ cm}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ colocada} \times \text{brazo mec. real} = 409,77 \text{ kN} \cdot 0,2828 \text{ m} = 115,88 \text{ mkN}$$

En este caso, el exceso de armadura colocada respecto de lo que es estrictamente necesario no cubre la pérdida de brazo mecánico. Para ser conservador, se tendría que añadir un redondo más en cada cara.

Disposición del armado transversal (1 e ϕ 6 mm cada 30 cm)

$$\phi_t = 6 \text{ mm} \geq \begin{cases} 6 \text{ mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 20 = 5,0 \text{ mm} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b = 30 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 2 = 30 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow \text{estribado} = 1 \text{ e } \phi \text{ 6 mm c/ 30 cm}$$

Condiciones de armadura mínima

$$\rho = \frac{A_{\text{stot}}}{A_c} = \frac{18,85 \text{ cm}^2}{30 \cdot 30 \text{ cm}^2} = 0,021 > 0,004 \Rightarrow \text{correcto}$$

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 819,55 \text{ kN} > 0,1 \cdot N_d = 0,1 \cdot 95 = 9,5 \text{ kN} \Rightarrow \text{correcto}$$

Condición de armadura máxima (como $\omega < 1$, correcto)

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 819,55 \text{ kN} < A_c \cdot f_{cd} = 300 \cdot 300 \cdot \frac{25}{1,5} = 1.500.000 \text{ N} = 1.500 \text{ kN} \Rightarrow \text{correcto}$$



9.3 Pilar número 5, planta sótano

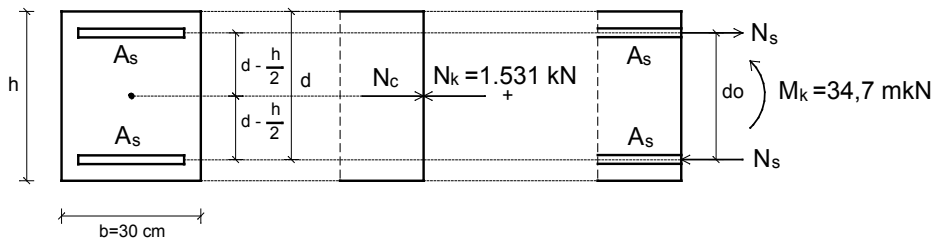
9.3.1 Predimensionado de la sección

Esfuerzos característicos predimensionados en el pilar 5, planta sótano.

Pórtico principal (esfuerzos mayorados, pág. 143)

Axil: $N_k = 1.531 \text{ kN}$ (2.296 kN/1,5)

Momento: $M_k = 34,7 \text{ mkN}$ (52 mkN/1,5)



Primero predimensionamos la sección para soportar el axil sin armadura ($b = 30 \text{ cm}$), después comprobamos las excentricidades mínimas y la cuantía necesaria para soportar el momento en cada plano principal y en función de la cuantía total se modifica o no se modifica la sección.

Axil:

$$A_c = \frac{N_d}{f_{cd}} = \frac{1.531 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{25/1,5} = 137.790 \text{ mm}^2 = 1.377,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow 30,00 \times 45,93 \Rightarrow 30 \times 45$$

Con esta aproximación de sección podemos comprobar las excentricidades mínimas y la cuantía de armadura necesaria en el plano principal.

$$\text{Excentricidad inicial: } e = \frac{34,7}{1531} = 0,023 \text{ m} = 2,3 \text{ cm} > e_{\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \frac{30}{20} = 2,25 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Cuantía para el momento: } \omega = \frac{2 \cdot M_d}{0,8 \cdot h \cdot A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2 \cdot 34,7 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 450 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 0,13$$

Para soportar el momento la cuantía necesaria es muy baja; podríamos disminuir la sección del pilar, pero seguimos con esta de 30×45 .

El área de acero para este predimensionamiento y el número de redondos en diámetro 16 mm, por ejemplo, se obtiene a partir de:

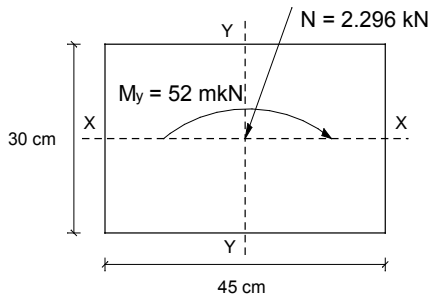
$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h \cdot \sigma_s} = \frac{34,7 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 450 \cdot 434,78} = 332,54 \text{ mm}^2 = 3,3 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \phi 16 \text{ mm en cada cara}$$



9.3.2 Armado a flexión compuesta

Armado del pilar anterior ($30 \times 45 \text{ cm}^2$) sin tener en cuenta el momento del pórtico secundario ni el efecto del pandeo.

Solicitación y excentricidades iniciales



Esfuerzos mayorados en la planta sótano del pórtico principal 4-5-6-7

Axil: $N_d = 2.296 \text{ kN}$

Momento: $M_d = 52 \text{ mkN}$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{52}{2.296} = 0,0226 \text{ m} = 2,26 \text{ cm}$$

$$e_x = 0$$

Excentricidad mínima al plano del pórtico principal

$$e_{\min} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{\frac{h}{20} = \frac{45}{20}} = 2,25 \text{ cm} \right| \quad e_y = 2,26 \text{ cm} > e_{\min} \Rightarrow M_y = 52 \text{ mkN}$$

Armado al momento del plano X-X. Pórtico principal

$$\begin{aligned} v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 1,02 \\ \mu &= \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{52 \cdot 10^6}{300 \cdot 450 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 0,051 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \omega &= 0,15; \quad \omega = \frac{A_{\text{stot}} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,15 \\ A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} &= 0,15 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1,5 = 337.500 \text{ N} \\ A_s \cdot f_{yd} &= \frac{337,5 \text{ kN}}{2} = 168,75 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 4 \phi 12 \text{ mm (196,69 kN)} \\ 2 \phi 16 \text{ mm (174,84 kN)} \end{cases} \end{aligned} \right.$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 168,75 \text{ kN} \Rightarrow A_s = \frac{146.250}{500/1,15} = 388,1 \text{ mm}^2 = 3,88 \text{ cm}^2.$$

Similar al predimensionado

Armado al momento del plano Y - Y. Pórtico secundario

Hay que comprobar que el armado anterior soporta el momento que produce el axil actuando con la excentricidad mínima y, si no es así, hay que añadir los rebandos necesarios.

$$e_{\min} \geq \left| \frac{2 \text{ cm}}{\frac{h}{20} = \frac{30}{20}} = 1,5 \text{ cm} \right| \quad ; \quad e_x = 0 < e_{\min} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{\min} = 2.296 \cdot 0,02 = 45,9 \text{ mkN}$$



$$\begin{aligned}
 v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 1,02 & \omega &= 0,2; \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,2 \\
 \mu &= \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{45,9 \cdot 10^6}{300 \cdot 450 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,068 & A_{stot} \cdot f_{yd} &= 0,2 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1,5 = 450.000 \text{ N} \\
 & & A_s \cdot f_{yd} &= \frac{450 \text{ kN}}{2} = 225 \text{ kN} \Rightarrow 3 \phi 16 \text{ mm (262,26 kN)}
 \end{aligned}$$

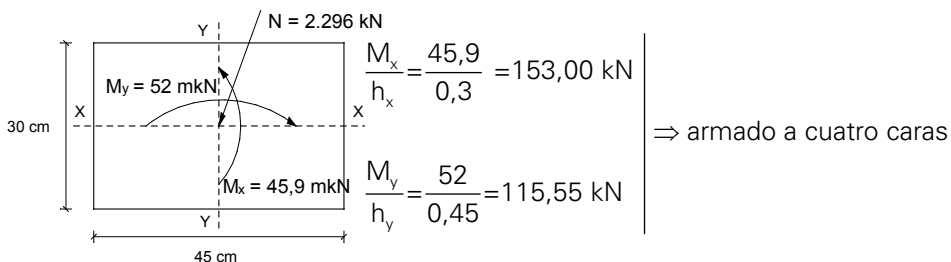
En este caso, la sollicitación en el plano del pórtico secundario es más importante que el principal, porque el momento es muy similar y, en cambio, el canto es más pequeño. Habría que añadir las barras necesarias en las caras perpendiculares al plano del pórtico secundario, pero contabilizando los redondos de esquina. Así, el armado final sería 6 $\phi 16$ mm (2 $\phi 16$ mm en las esquinas y 1 $\phi 16$ mm en medio, en las caras perpendiculares al plano del pórtico secundario).

9.3.3 Armado a flexión esviada

Armado del mismo pilar sin tener en cuenta el efecto del pandeo, pero sí el momento mayorado del pórtico secundario, de valor $M_d = 4,8$ mkN (pág. 143).

Tal como se ha comprobado en el punto anterior, el momento del pórtico principal es algo superior al momento mínimo (excentricidad inicial = 2,26 cm, excentricidad mínima = 2,25 cm), pero no es así en el pórtico secundario (momento causado por la excentricidad mínima = 45,9 mkN, momento inicial debido a las cargas = 4,8 mkN). En este plano hay que considerar el momento mínimo que se ha encontrado anteriormente (45,9 mkN). De hecho, son los mismos esfuerzos que en el apartado anterior y, por tanto, el armado que se ha encontrado es válido, pero ahora se armará considerando su actuación de manera simultánea en ambos planos para ver las diferencias.

Esquema de sollicitaciones:



El armado óptimo es a cuatro caras, o en todo caso a las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario, ya que el momento con relación al canto en este plano es un poco más grande que el momento con relación al borde del otro. Para comparar los resultados obtenidos en el punto anterior (6 $\phi 16$ mm en total) se arma con la armadura repartida en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario.



De la lectura del ábaco en roseta para flexión esviada, armadura a dos caras, $d' = 0,10 \cdot h$, podemos extraer los resultados siguientes:

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 1,02 \approx 1,0 \\
 \mu_y &= \frac{M_{yd}}{A_c \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{52 \cdot 10^6}{300 \cdot 450 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 0,051 = \mu_b \\
 \mu_x &= \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{45,9 \cdot 10^6}{300 \cdot 450 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,068 = \mu_a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega &= 0,23; \quad \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,23 \\
 A_{stot} \cdot f_{yd} &= 0,23 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1,5 = 517.500 \text{ N} \\
 A_s \cdot f_{yd} &= \frac{517,5 \text{ kN}}{2} = 258,75 \text{ kN} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{cases} 6 \phi 12 \text{ mm (295,04 kN) demasiados} \\ 3 \phi 16 \text{ mm (262,26 kN)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

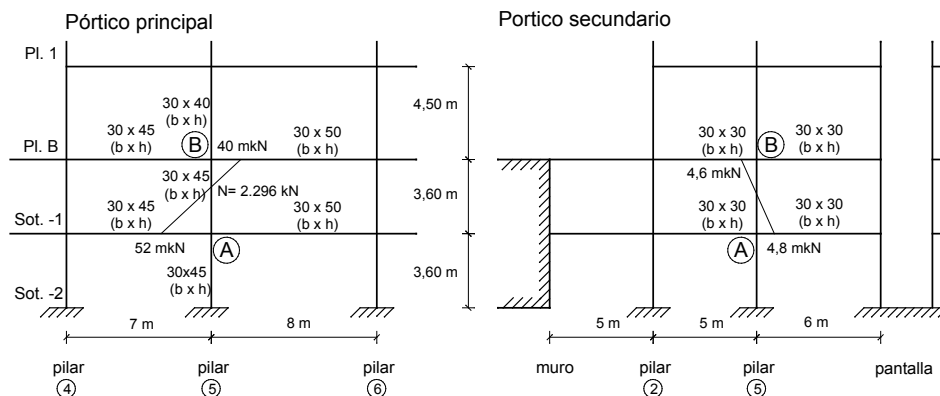
El armado con el ábaco roseta da un poco más de capacidad mecánica que el armado anterior, considerando dos flexiones rectas; pero, finalmente, el armado es el mismo, en las dos caras perpendiculares al plano del pórtico secundario, 3 $\phi 16$ mm.

9.3.4 Armado a flexión esviada considerando el pandeo

En el cálculo del armado del pilar número 5, en la planta sótano hemos visto hasta ahora que, en el predimensionado, la armadura necesaria es muy similar, ligeramente inferior, al armado con el ábaco de flexión compuesta y el de flexión esviada.

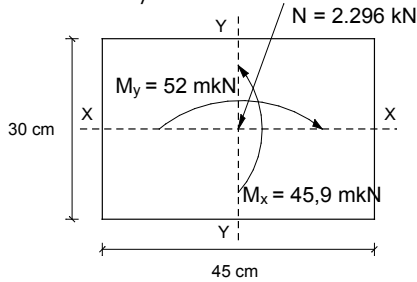
Añadimos ahora la consideración de la deformación de segundo orden por efecto del pandeo, que puede aumentar los valores de los momentos y, por tanto, invalidar el armado anterior.

Los datos dimensionales considerados para este pilar son 30 x 45 (b x h), y el resto de elementos se consideran según lo indicado en el gráfico siguiente.





Solicitación y excentricidades iniciales (los dos pórticos son intraslacionales)



$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{45,9}{2.296} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{52}{2.296} = 0,0226 \text{ m} = 2,26 \text{ cm}$$

$$v = \frac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25 / 1,5} = 1,02$$

Análisis del pandeo en el pórtico principal

(Pórtico intraslacional o indesplazable en las plantas sótanos)

$$e_{\min} = 2,25 \text{ cm} \quad e_1 = -2,25 \text{ cm} \quad e_2 = 2,26 \text{ cm} \quad C = 0,20 \quad h = 45 \text{ cm} \quad v = 1,02;$$

$$e_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{52}{2.296} = 0,0226 \text{ m} = 2,26 \text{ cm};$$

$$e_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{40}{2.296} = 0,0174 \text{ m} = 1,74 \text{ cm}$$

$$\lambda_{mf} = 35 \sqrt{\frac{0,2}{1,02} \left[1 + \frac{0,24}{2,26/45} + 3,4 \left(\frac{-2,25}{2,26} - 1 \right)^2 \right]} = 68,1$$

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30,45} / 360 + 4 \cdot E \cdot I_{30,40} / 450}{4 \cdot E \cdot I_{30,45} / 700 + 4 \cdot E \cdot I_{30,50} / 800} = 1,38 \quad \alpha = \frac{0,64 + 1,4 \cdot (1,38 + 1,77) + 3 \cdot 1,38 \cdot 1,77}{1,28 + 2 \cdot (1,38 + 1,77) + 3 \cdot 1,38 \cdot 1,77} = 0,83$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30,45} / 360 + 4 \cdot E \cdot I_{30,45} / 360}{4 \cdot E \cdot I_{30,45} / 700 + 4 \cdot E \cdot I_{30,50} / 800} = 1,77 \quad \lambda_{my} = \frac{0,83 \cdot 360}{45 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{298,8}{12,99} = 23 < 62,84 \Rightarrow \text{No pandea}$$

Excentricidad adicional y momento final

No hay que considerar la excentricidad de pandeo, por tanto, el momento final es el inicial obtenido debido a las cargas exteriores. $M_y = 52 \text{ mkN}$

Análisis del pandeo en el pórtico secundario

(Pórtico intraslacional o indesplazable)

$$e_{\min} = 2 \text{ cm} \quad e_1 = -2 \quad e_2 = 2 \text{ cm} \quad C = 0,20 \quad h = 30 \text{ cm} \quad v = 1,02,$$

$$e_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{4,8}{2296} = 0,0021 \text{ m} = 0,21 \text{ cm};$$

$$e_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{4,6}{2296} = 0,0020 \text{ m} = 0,20 \text{ cm}$$

$$\lambda_{inf} = 35 \sqrt{\frac{0,2}{1,02} \left[1 + \frac{0,24}{2/30} + 3,4 \left(\frac{-2}{2} - 1 \right)^2 \right]} = 66,1$$



$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{45-30}/360 + 4 \cdot E \cdot I_{40-30}/450}{4 \cdot E \cdot I_{30-30}/500} = 1,94 \quad \alpha = \frac{0,64 + 1,4 \cdot (1,94 + 2,27) + 3 \cdot 1,94 \cdot 2,27}{1,28 + 2 \cdot (1,94 + 2,27) + 3 \cdot 1,94 \cdot 2,27} = 0,86$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{45-30}/360 + 4 \cdot E \cdot I_{45-30}/360}{4 \cdot E \cdot I_{30-30}/500 + 4 \cdot E \cdot I_{30-30}/600} = 2,27 \quad \lambda_{my} = \frac{0,86 \cdot 360}{30 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{309,6}{8,66} = 35,75 < 66,1 \Rightarrow \text{No pandea}$$

Excentricidad adicional y momento final

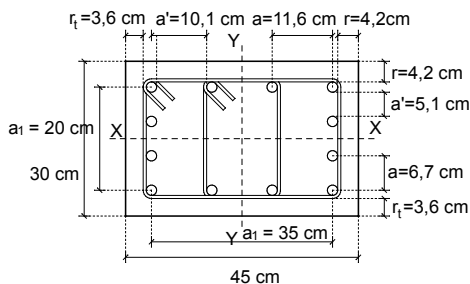
No hay que considerar la excentricidad de pandeo, por tanto, el momento final es el producido por la excentricidad mínima que, como hemos visto antes, es mayor que el que producen las cargas exteriores. $M_x = 45,9 \text{ m kN}$.

Solicitación final del pilar y disposición idónea de las armaduras.

Al no haber pandeo en ninguno de los planos, los momentos finales son los iniciales debidos a las cargas exteriores, por tanto, el armado obtenido en la página 143 es el correcto.

$$A_s \cdot f_{yd} = 258,75 \text{ kN} \Rightarrow 3 \phi 16 = 262,26 \text{ kN}$$

Dibujo acotado de la sección



$r = 4,2 \text{ cm}$ cumple hasta Ambiente IIb

$r_t = 3,6 \text{ cm}$ cumple hasta Ambiente IIa

$$a' = 8,4 \text{ cm} > \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi = 1,6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_1 = 20 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$$

$a_1 = 35 \text{ cm} \Rightarrow$ estribado perpendicular

$$\text{TMA} \leq \begin{cases} 0,8 \cdot a' = 41 \text{ mm} \\ 0,8 \cdot r = 29 \text{ mm} \end{cases}$$

Según los ábacos utilizados, el recubrimiento mecánico debería ser de $d' = 0,1 \cdot h$, es decir, 4,5 cm en el plano principal y 3 cm en el secundario.

Los requisitos de recubrimiento obligan a colocar la armadura más hacia el interior de la pieza y esto supone una pérdida de brazo mecánico.



Hay que comprobar si el armado que finalmente se ha elegido puede cubrir esta pérdida de brazo mecánico.

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ de cálculo} \times \text{brazo mec. de cálculo} \leq A_s \cdot f_{yd} \text{ necesaria} \times \text{brazo mec. real}$$

$$\text{Resultante del brazo mec. de cálculo: } \sqrt{36^2 + 24^2} = 43,26 \text{ cm}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ de cálculo} \times \text{brazo mec. de cálculo} = 258,75 \text{ kN} \cdot 0,4326 \text{ m} = 111,93 \text{ m kN}$$

$$\text{Resultante del brazo mec. real: } \sqrt{35^2 + 20^2} = 40,31 \text{ cm}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \text{ colocada} \times \text{brazo mec. real} = 262,26 \text{ kN} \cdot 0,4031 = 105,71 \text{ m kN}$$

En este caso, el exceso de armadura colocada respecto de lo que es estrictamente necesario no cubre la pérdida de brazo mecánico. Para ser conservador, se tendría que añadir un redondo más en cada cara.

Disposición del armado transversal (1 e ϕ 6 mm cada 20 cm)

$$a = 17,5 \text{ cm} \Rightarrow \text{hay que estribar perpendicularmente}$$

$$\phi_t = 6 \text{ mm} \geq \begin{cases} 6 \text{ mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 16 = 4 \text{ mm} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b = 30 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 1,6 = 24 \text{ cm} \rightarrow \text{estribado} = 1 \text{ e } \phi 6 \text{ mm c/ } 20 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

Condiciones de armadura mínima

$$\rho = \frac{A_{\text{stot}}}{A_c} = \frac{12,064 \text{ cm}^2}{30 \cdot 45 \text{ cm}^2} = 0,0089 > 0,004 \Rightarrow \text{correcto}$$

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 524,51 \text{ kN} > 0,1 \cdot N_d = 0,1 \cdot 2.296 = 229,6 \text{ kN} \Rightarrow \text{correcto}$$

Condición de armadura máxima (como $\omega < 1$, correcto)

$$A_{\text{stot}} \cdot f_{yd} = 524,51 \text{ kN} < A_c \cdot f_{cd} = 300 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1,5} = 2.250.000 \text{ N} = 250 \text{ kN} \Rightarrow \text{correcto}$$



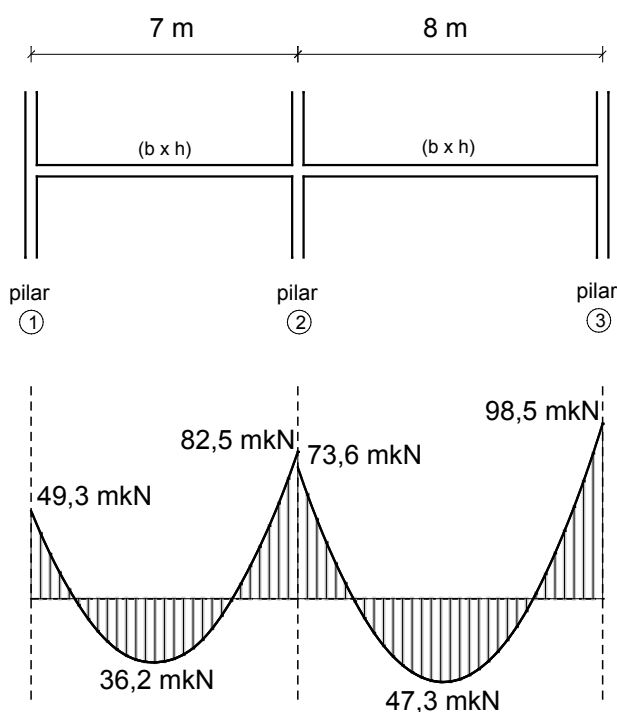
9.4 Jácena 1-2-3, planta 3.^a

9.4.1 Predimensionado de la sección

Consideraciones previas

El efecto favorable del axil de compresión no se tiene en cuenta en el cálculo.

Como en el caso de los pilares, los esfuerzos mayorados son los que se obtienen mediante un programa de ordenador (tipo WinEva o similar), y los característicos que consideramos en predimensionado, los mismos divididos por 1,5.



A la vista del diagrama, de todas las secciones, la más desfavorable es el empotramiento al pilar 3.

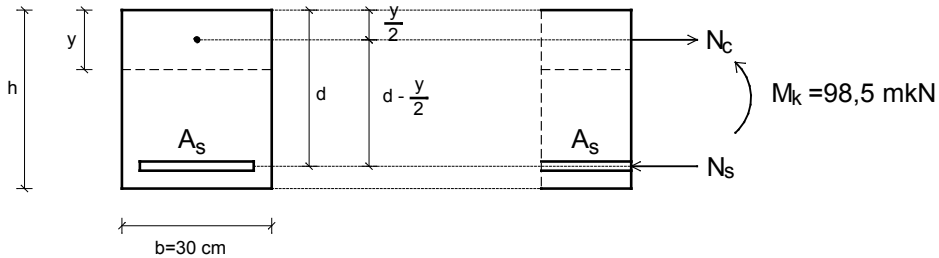
Se predimensiona, pues, la sección para soportar el momento característico de valor:

$$M_k = 98,5 \text{ mkN}$$



La base de la sección es de 30 cm, según el criterio de partida.

Predimensionado del canto a flexión



Consideramos un recubrimiento mecánico de 5 cm y una cuantía mecánica $\omega = 0,25$

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{\omega \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{98,5 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 0,8 \cdot 300 \cdot 25/1,5}} = 384 \text{ mm} \approx 38 \text{ cm}$$

$$h = d + c = 38 + 5 = 43 \text{ cm} \approx 40 \text{ cm}$$

A la vista del resultado ($h = 43 \text{ cm}$), para la sección más desfavorable deberíamos coger un canto igual o superior (por ejemplo, 45 cm), pero, como predimensionamos con cuantías bajas, tomaremos 40 cm.

Si queremos predimensionar el área de acero, con un canto total de 40 cm y un canto útil de 35 cm:

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} = \frac{98,5 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 350} = 527.678 \text{ N} = 527,68 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 7\phi 16 \text{ mm (611,93 kN)} \\ 4\phi 20 \text{ mm (546,37 kN)} \end{cases}$$

Con un canto total más ajustado de 35 cm y canto útil de 30 cm:

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} = \frac{98,45 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 300} = 615.625 \text{ N} = 615,63 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 8\phi 16 \text{ mm (699,35 kN)} \\ 5\phi 20 \text{ mm (682,96 kN)} \end{cases}$$



Predimensionado a deformaciones

La flecha total en edificación debe cumplir $f_{\text{tot}} \leq L/250$

En este caso, la flecha instantánea, considerando la inercia de la sección bruta, es:

$$f_{\text{inst}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q l^4}{E \cdot I} - \frac{M_{\text{izq}}^- \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} - \frac{M_{\text{der}}^- \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot q l^4 - 24 \cdot M_{\text{izq}}^- \cdot l^2 - 24 \cdot M_{\text{der}}^- \cdot l^2}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$E_j = 8.500 \times \sqrt[3]{25 + 8} \text{ (N/mm}^2\text{)} = 27.300 \text{ N/mm}^2 = 27.300.000 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{\text{inst}} = \frac{5 \cdot 16,67 \cdot 8^4 - 24 \cdot 73,6 \cdot 8^2 - 24 \cdot 98,45 \cdot 8^2}{384 \cdot 27.300.000 \cdot (0,3 \cdot 0,4^3/12)} = 0,0046 \text{ m} = 4,6 \text{ mm}$$

A largo plazo se puede aproximar el valor de la flecha total multiplicando la flecha instantánea por 4.

$$f_{\text{tot}} = 4,6 \cdot 4 = 18,4 \text{ mm} < \frac{L}{250} = \frac{8.000}{250} = 32 \text{ mm} \Rightarrow \text{cumple}$$

Conociendo el porcentaje de cargas permanentes y sobrecargas respecto al total, podemos determinar la deformación correspondiente a cada carga y aproximar la flecha activa.

Supongamos en este caso un 70 % de cargas permanentes y un 30 % de sobrecargas.

$$f_{\text{act}} = 2,2 \cdot (0,7 \cdot 4,6) + (0,3 \cdot 4,6) = 8,5 \text{ mm} < \left| \begin{array}{l} \frac{L}{400} = \frac{8.000}{250} = 20 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right. \Rightarrow \text{cumple}$$

Para aprovechar al máximo la sección de hormigón tomamos una sección más pequeña, de $(b \times h) = (30 \times 35) \text{ cm}^2$.

Armado a flexión

En el capítulo 7, en el ejemplo práctico, para el armado de la jácena se ha calculado el número de redondos necesario en cada una de las secciones más desfavorables, se han comprobado las cuantías mínimas y para hacer el despiece se ha encontrado, en cada sección, el momento que realmente resiste con este armado y se ha dividido entre el número de redondos para situarlo en el diagrama, como si cada redondo soportara el mismo momento. Es una simplificación para hacer el despiece, ya que realmente dos redondos soportan algo menos del doble que uno solo, tres soportan algo menos del triple, etc., ya que el diagrama no es lineal, por lo que dividir el momento realmente resistido entre el número de redondos está por el lado de la seguridad, de cara al despiece.



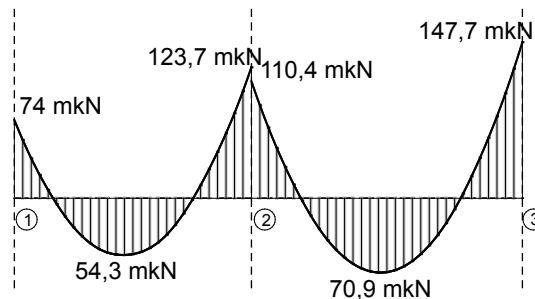
Otra forma de hacerlo sería armar la sección más desfavorable, dividir el momento resistido entre el número de redondos y considerar en todas las secciones que cada redondo resiste esa cantidad de momento.

Finalmente, lo más exacto, que es lo que hacemos en los ejemplos siguientes, es calcular la sección más desfavorable y, a partir de este armado, lo que realmente resiste la sección con dos, tres, etc., hasta este número de redondos y situarlo en el diagrama para el despiece; de esta manera también vemos cuántos redondos son necesarios en el resto de secciones.

9.4.2 Armado a flexión (armadura longitudinal)

Diagrama de momentos mayorados

Consideremos la jácena de sección constante de $30 \times 35 \text{ cm}^2$ ($b \times h$) con un recubrimiento de 5 cm, por tanto, un canto útil $d = 30 \text{ cm}$.



Momento máximo en la barra 2-3 $M_d = 147,7 \text{ mkN}$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{147,7 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25 / 1,5} = 0,328 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \text{ábaco de flexión (línea continua)} \\ \omega = 0,42; A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \end{array} \right.$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,42 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25 / 1,5 = 630.000 \text{ N} \Rightarrow \text{Armadura} \left| \begin{array}{l} 8 \phi 16 (699,35 \text{ kN}) \\ 5 \phi 20 (682,96 \text{ kN}) \end{array} \right.$$

Dada la estrecha medida de base ($b = 30 \text{ cm}$) habría que elegir una solución con menos de 6 barras. Por tanto, la solución con barras de $\phi 20 \text{ mm}$ puede ser buena, sobre todo si queremos simplificar los refuerzos.

También hay que tener en cuenta la posibilidad de hacer el armado de caja con un diámetro y los refuerzos locales con diámetros diferentes. Así podemos hacer un armado mucho más ajustado, aunque se complique la colocación y el control.



En este caso, hemos escogido la solución con barras de ϕ 16 mm como ejemplo de la distribución de los refuerzos y los agrupamientos de barras.

Momentos resistidos

N. ϕ 16	A_s (cm ²)	$A_s \cdot f_{yd}$ (kN)	ω	μ	Momento resistido (mkN)
2	4,021	174,84	0,117	0,108	48,60
3	6,032	262,26	0,175	0,160	72,00
4	8,042	349,67	0,233	0,205	92,25
5	10,053	437,09	0,291	0,248	111,60
6	12,064	524,51	0,350	0,288	129,60
7	14,074	611,93	0,408	0,323	145,35
8	16,085	699,35	0,466	0,355	159,75

Comprobación de cuantías mínimas

$$\rho \geq 0,0028 \Rightarrow A_s = 0,0028 \cdot 30 \cdot 35 = 2,94 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 294 \cdot 500 / (1,15 \cdot 1000) = 127,83 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,04 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25 / 1,5 = 70.000 \text{ N} = 70,00 \text{ kN}$$

La primera condición es la más restrictiva $\Rightarrow A_s \cdot f_{yd} \geq 127,83 \text{ kN} \Rightarrow$ como mínimo 2 ϕ 16 mm que son los que hacen la caja.

Longitudes de anclaje

Para las barras de la cara inferior (zona de buena adherencia), la longitud de anclaje l_{bl} de las barras de ϕ 16 mm (B 500 S) en hormigón HA-25 debe cumplir:

$$l_{bl} = m \cdot \phi^2 = 15 \cdot 1,6^2 = 38,4 \text{ cm} \geq \begin{cases} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ cm} \\ \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 1,6 = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

La condición más desfavorable de todas ellas es $l_{bl} = 40 \text{ cm}$

De la armadura necesaria para soportar el momento central de las jácenas, un tercio se prolongará hasta los ejes de los apoyos extremos y se anclará con la longitud de anclaje correspondiente, y un cuarto de la armadura se prolongará hasta los ejes de los apoyos centrales y se anclará con la longitud de anclaje correspondiente. Si anclamos las dos barras de caja ya cumplimos esta condición.



Estos anclajes en el extremo de la jácena tendrán forma de patilla o gancho en U con una longitud de anclaje desarrollada igual a $l_{bl} = 40$ cm.

Para las barras de la cara superior (zona de mala adherencia), la longitud de anclaje l_{bl} de las barras de ϕ 16 mm (B 500 S) en hormigón HA-25 debe cumplir:

$$l_{bl} = 1,4 : m \cdot \phi^2 = 1,4 \cdot 15 \cdot 1,6^2 = 53,8 \text{ cm} \geq \begin{cases} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ cm} \\ \frac{f_{yk}}{14} \cdot \phi = \frac{500}{14} \cdot 1,6 = 57,1 \text{ cm} \end{cases}$$

La condición más desfavorable de todas ellas es $l_{bl} = 57,1 \text{ cm} \approx 58 \text{ cm}$

Los anclajes del extremo de la jácena tendrán forma de gancho en U con una longitud de anclaje desarrollada igual a $l_{bl} = 58$ cm.

En general, el anclaje de cada barra se hará por prolongación recta de la barra, excepto los extremos de la jácena donde no quepa esta longitud.

En estos casos se doblará la barra formando una patilla o gancho en U, según la longitud necesaria. La forma favorable de estos anclajes permitiría reducir la longitud de anclaje un 30 % si se pudieran garantizar unos recubrimientos laterales mínimos (perpendiculares al plano que contiene la armadura doblada) de 3ϕ , pero no es nuestro caso ($3 \phi = 3 \cdot 16 = 4,8$ cm).

En la sección derecha de la barra 2-3 (empotramiento con el pilar 3), las 6 barras de refuerzo (las otras 2 hacen de caja) se agrupan de dos en dos para cumplir con las separaciones entre redondos. Hay, pues, tres grupos de dos barras.

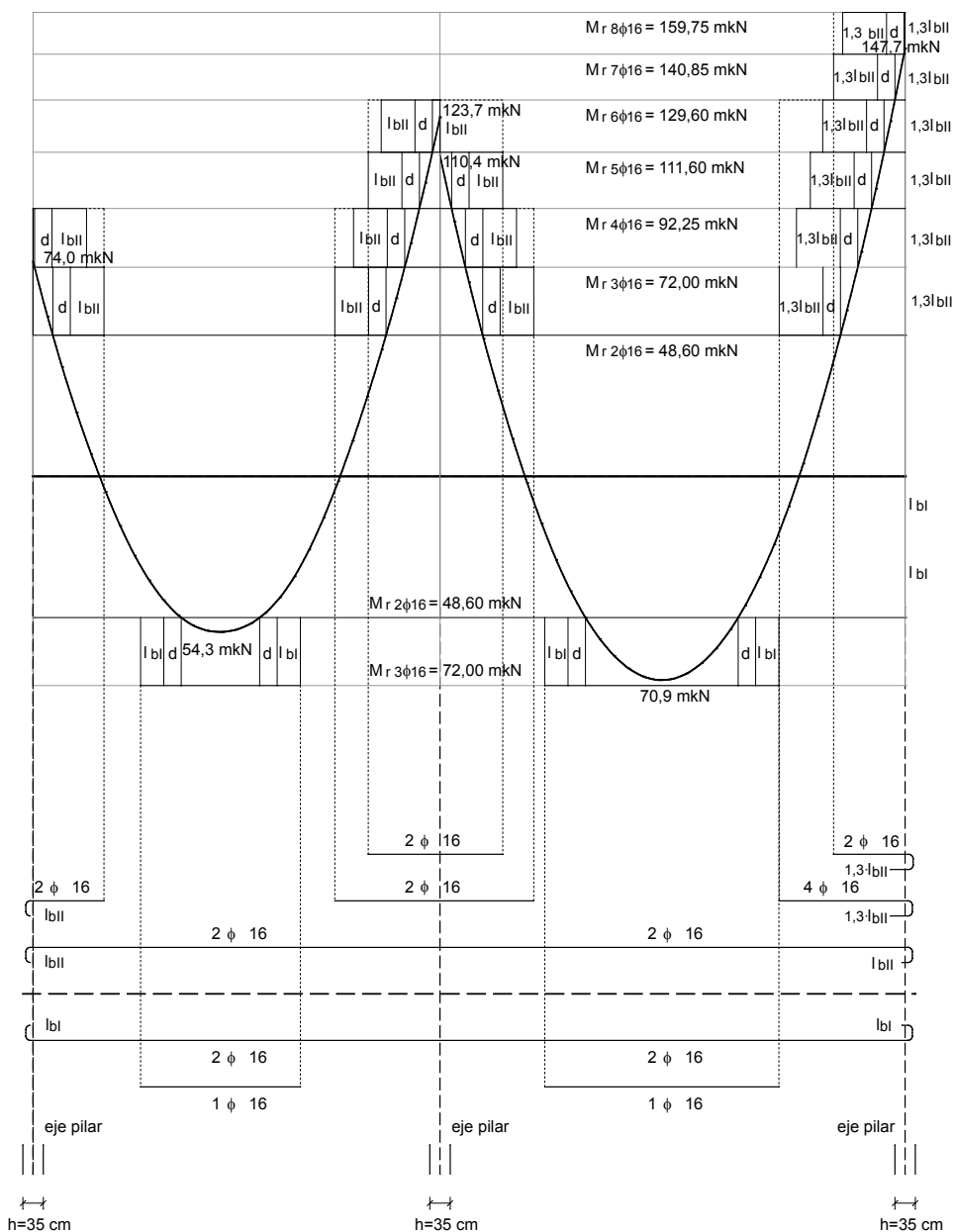
En este caso, las dos barras de cada grupo dejan de ser necesarias en la misma sección al empotramiento en el pilar 3 y, por tanto, la longitud de anclaje será 1,3 veces mayor que l_{bl} .

En cambio, por el lado correspondiente a la prolongación hacia el centro del tramo, las dos barras dejan de ser necesarias en secciones diferentes, pero las secciones son tan cercanas la una de la otra que hay que considerarlas con la misma longitud de anclaje (1,3 veces mayor que l_{bl}).

Armadura de piel

Con jácenas de canto igual o inferior a 60 cm no es necesaria la armadura de piel.

Despiece de las armaduras



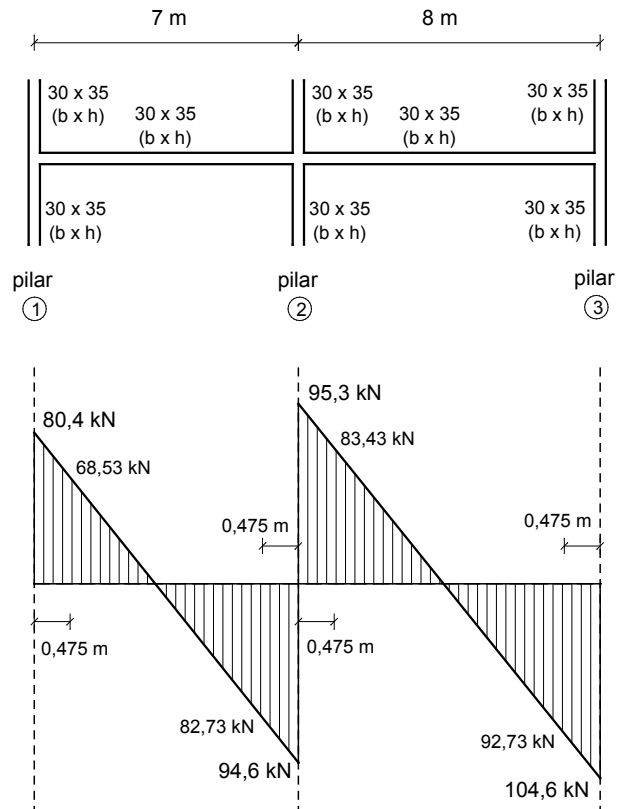
Las armaduras de caja tienen una longitud excesiva para poderlas transportar y colocar. Hay que cortarlas y solaparlas correctamente.



9.4.3 Armado a cortante (armadura transversal)

Diagrama de cortantes mayorados

Para soportar el esfuerzo cortante, se debe disponer el armado transversal, los estribos, que podemos cuantificar utilizando la analogía de la celosía de Mörsch.



Se utilizarán estribos de 2 ramas de ϕ 6 mm, colocados con un ángulo de 90° .

Previamente al armado, hay que comprobar que el hormigón, en la zona del alma, es capaz de soportar la compresión oblicua, ya que en caso contrario habría que aumentar la sección.

En este caso, la comprobación se hace con respecto a los cortantes que actúan en las secciones situadas justo en las caras de los pilares, ya que las jácenas están empotradas, y por el mismo motivo, el armado se hará para cubrir los valores de los cortantes que actúan en las secciones situadas a la distancia de un canto útil de las caras de los pilares.



Comprobación del agotamiento del hormigón por compresión oblicua

$$V_{u1} = 0,3 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 0,3 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25 / 1,5 = 450.000 \text{ N} = 450 \text{ kN}$$

La sección de hormigón puede resistir a compresión oblicua un cortante de valor 450 kN, muy superior a los valores de los cortantes máximos, por lo que no es necesario el cálculo de los valores de los cortantes reducidos (en las caras de los pilares), que seguro que serán más pequeños que los valores de los cortantes en los ejes.

Cortante efectivo (V_{rd} = valor que se encuentra a la distancia de un canto útil de la cara del pilar)

Los pilares de la planta segunda y tercera son de 30 x 35 cm (b x h), por tanto, el cortante efectivo lo encontramos a una distancia del eje del pilar de $d + 35/2 = 30 + 17,5 = 47,5$ cm. El valor se puede encontrar por proporción de triángulos, o bien restando al valor del cortante en la sección del eje del pilar, la parte de carga mayorada que gravita sobre esta distancia (carga mayorada uniforme sobre las dos jácenas, en este caso, $q_d = 25 \text{ kN/m}$).

Jácena 1-2

Sección izquierda

$$V_{rd} = 80,4 - 25 \cdot 0,475 = 68,53 \text{ kN}$$

Sección derecha

$$V_{rd} = 94,6 - 25 \cdot 0,475 = 82,73 \text{ kN}$$

Jácena 2-3

Sección izquierda

$$V_{rd} = 95,3 - 25 \cdot 0,475 = 83,43 \text{ kN}$$

Sección derecha

$$V_{rd} = 104,6 - 25 \cdot 0,475 = 92,73 \text{ kN}$$

Contribución del hormigón

La contribución del área de hormigón para resistir el esfuerzo cortante efectivo surge de la expresión siguiente:

$$V_{cu} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$$



La cuantía geométrica ρ y de la armadura traccionada varía a lo largo de las dos jácenas en las diferentes secciones. Hay secciones con solo 2 ϕ 16 mm y otras desde 3 hasta 8 ϕ 16 mm. Se podría tener en cuenta esta variación de la contribución del hormigón, o de otro modo, y por el lado de la seguridad, se puede considerar la cuantía geométrica más desfavorable, la menor, que corresponde a la sección que tiene 2 ϕ 16 mm. Las dos jácenas tienen la misma sección y el armado mínimo longitudinal de 2 ϕ 16 mm, por lo que la contribución del hormigón será la misma:

$$\rho = \frac{4,021}{30 \cdot 30} = 0,00446 \quad (A_{s2\phi 16} = 4,021 \text{ cm}^2)$$

$$V_{cu} = \frac{0,15}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{300}} \right) \cdot (100 \cdot 0,00446 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} \cdot 300 \cdot 300 = 36.523 \text{ N} = 36,52 \text{ kN}$$

Estribado mínimo

Las dos jácenas tienen la misma sección y, por tanto, el mismo estribado mínimo.

El estribado mínimo se define por las condiciones siguientes de separación máxima entre estribos:

$$S_{tmin} \leq 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm} \rightarrow 0,75 \cdot 30 = 22,5 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

$$S_{tmin} \leq \frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \sin \alpha} = \frac{56,5 \cdot 400 \cdot 25}{300 \cdot 25^{2/3}} = 220 \text{ mm} \approx 20 \text{ cm} \rightarrow \text{distancia máxima } 20 \text{ cm}$$

Hay que tener en cuenta que en alguna sección puede resultar más restrictiva la condición siguiente:

$$0,60 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \leq 450 \text{ mm} \quad \text{si} \quad \frac{1}{5} V_{u1} < V_{rd} \leq \frac{2}{3} V_{u1}$$

Cuando el armado a flexión es tal que necesita armadura en la cara comprimida, entonces también es necesario comprobar que:

$$\phi_t \geq \frac{\phi_{max}}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ mm}; \quad s_t \leq 15 \cdot \phi_{min} = 15 \cdot 16 = 240 \text{ mm} = 24 \text{ cm}$$

lo cual, en nuestro ejemplo, solo se daría en el empotramiento de la jácena 2-3 con el pilar 3 en el caso de que utilizáramos el ábaco de línea discontinua de la página 181.

Cortante absorbido por el estribado mínimo y la sección de hormigón (2 ϕ 6 mm c/20 cm)

$$V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmin}} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 56,5 \cdot 400}{200} = 30.510 \text{ N} = 30,51 \text{ kN}$$

$$V_{cu} + V_{smin} = 36,52 + 30,51 = 67,03 \text{ kN}$$



El estriado mínimo junto con la contribución del hormigón no cubren todos los valores de los cortantes a lo largo de las dos jácenas. Se hace, pues, una zonificación de tres estribados diferentes en cada jácena. Las dos zonas extremas, próximas a los pilares, más desfavorables, con un estriado más denso y la zona central de cada tramo con el estriado mínimo.

Estrizado en las secciones más desfavorables (a una distancia de un canto útil de las caras de los pilares)

Jácena 1-2

Sección izquierda $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 68,53 - 36,52 = 32,01 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 56,5 \cdot 400}{32.010} = 191 \text{ mm} = 19,1 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/19 cm (15 cm)}$$

Sección derecha $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 82,73 - 36,52 = 46,21 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 56,5 \cdot 400}{46.210} = 132 \text{ mm} = 13,2 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/13cm (10 cm)}$$

Jácena 2-3

Sección izquierda $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 83,43 - 36,52 = 46,91 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 56,5 \cdot 400}{46.910} = 130 \text{ mm} = 13 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/13cm (10 cm)}$$

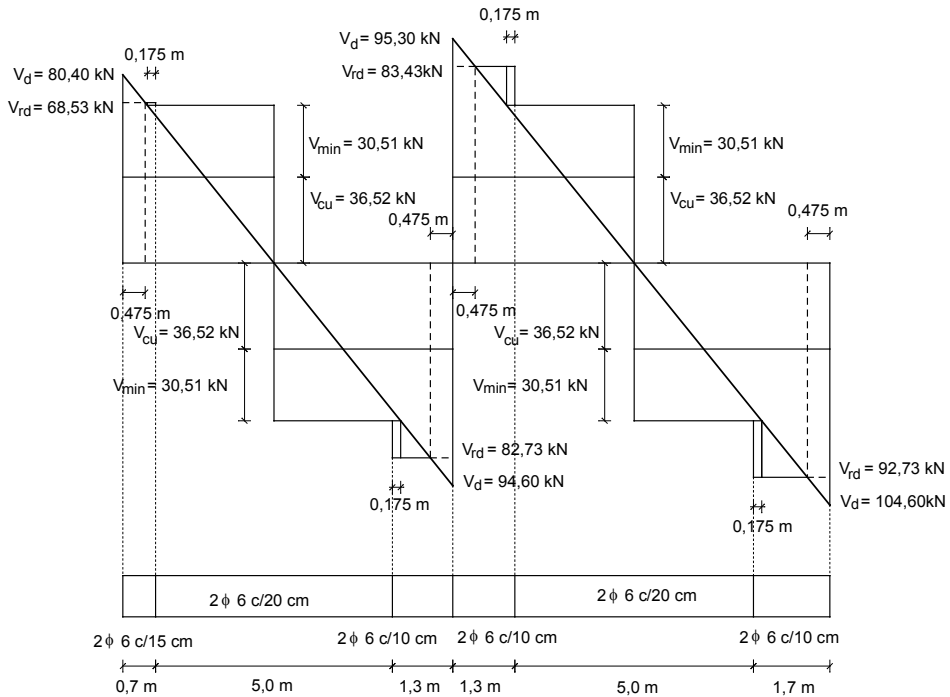
Sección derecha $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 98,43 - 36,52 = 61,91 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 56,5 \cdot 400}{61.910} = 98,5 \text{ mm} = 98,5 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/9 cm (10 cm)}$$

Las distancias entre estribos las ponemos en múltiplos de 5 cm. En la sección cercana al nudo 3 la distancia requerida es menor de 10 cm, por muy poco, pero dado que en realidad hay más de 2 diámetros de 16 mm en la cara traccionada (se pueden contabilizar 6 diámetros de 16 mm), la contribución del hormigón es mayor que la que estamos considerando por lo que los colocamos cada 10 cm.



Zonificación del estribado



Distancia del estribado mínimo a los ejes de los pilares

Jácena 1-2

Sección izquierda

$$V_{cu} + V_{smin} = 67,03 \Rightarrow 80,4 - 25 \cdot x = 67,03 \Rightarrow x = 0,53 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{h}{2} = 0,53 + 0,175 \approx 0,7 \text{ m}$$

Sección derecha

$$V_{cu} + V_{smin} = 67,03 \Rightarrow 94,6 - 25 \cdot x = 67,03 \Rightarrow x = 1,1 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,10 + 0,175 \approx 1,3 \text{ m}$$

Jácena 2-3

Sección izquierda

$$V_{cu} + V_{smin} = 67,03 \Rightarrow 95,3 - 25 \cdot x = 67,03 \Rightarrow x = 1,13 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,10 + 0,175 \approx 1,3 \text{ m}$$

Sección derecha

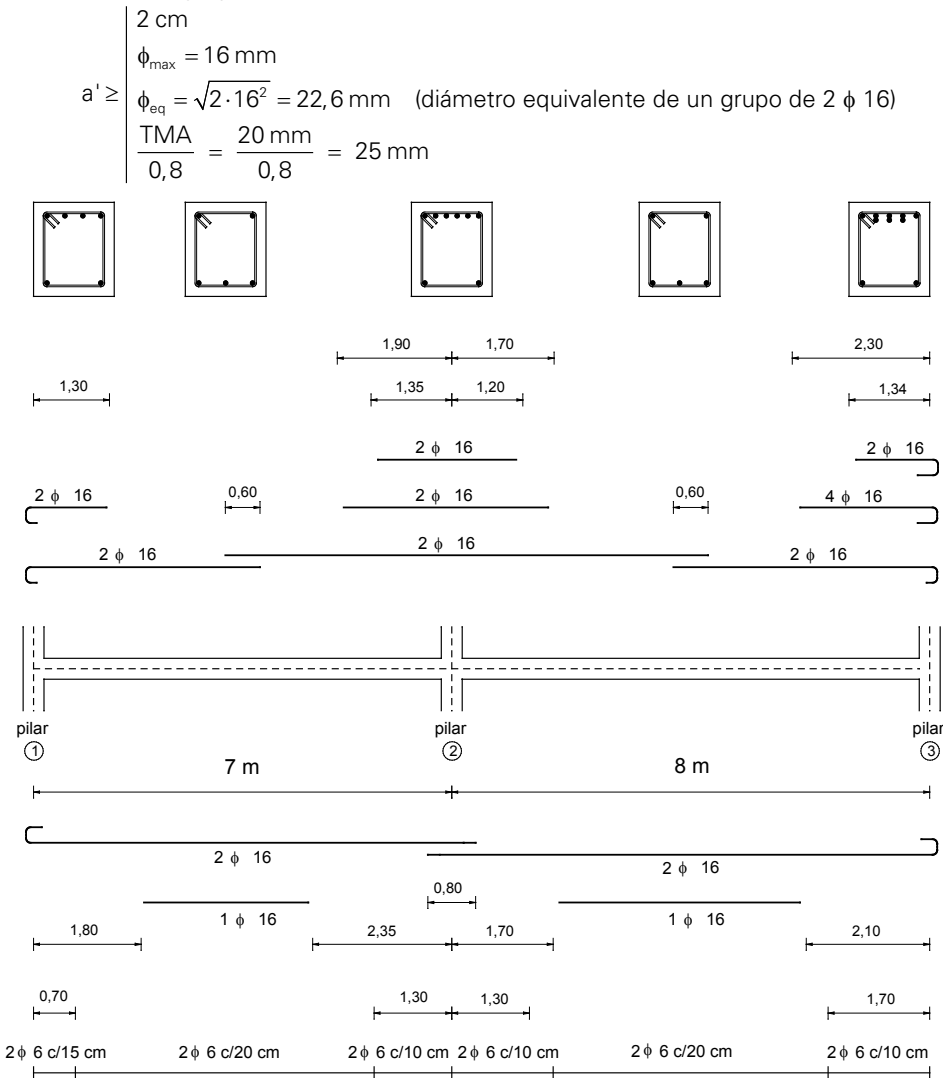
$$V_{cu} + V_{smin} = 67,03 \Rightarrow 104,6 - 25 \cdot x = 67,03 \Rightarrow x = 1,50 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,50 + 0,175 \approx 1,70 \text{ m}$$



9.4.4 Plano de todo el armado

En la disposición final de las armaduras podemos comprobar que se cumple el recubrimiento de 30 mm necesario en ambiente I, incluso en el caso más desfavorable, si se agrupan los redondos de los refuerzos de dos en dos. En este caso, que es el empotramiento de la jácena 2-3 con el pilar 3, las 8 barras traccionadas de la cara superior agrupadas de esta manera quedan con una separación de 3,4 cm y se cumplen todos los requisitos de separación mínima entre barras o grupos de barras.



La longitud de solape de los 2 $\phi 16$ superiores de la caja es del mismo valor que la de anclaje ($l_{bl} = 0,58 \text{ m} \approx 0,60 \text{ m}$). Los 2 $\phi 16$ inferiores de la caja se prolongan hasta los ejes y se anclan, por cada lado, con la longitud correspondiente ($l_{bl} = 40 \text{ cm}$).



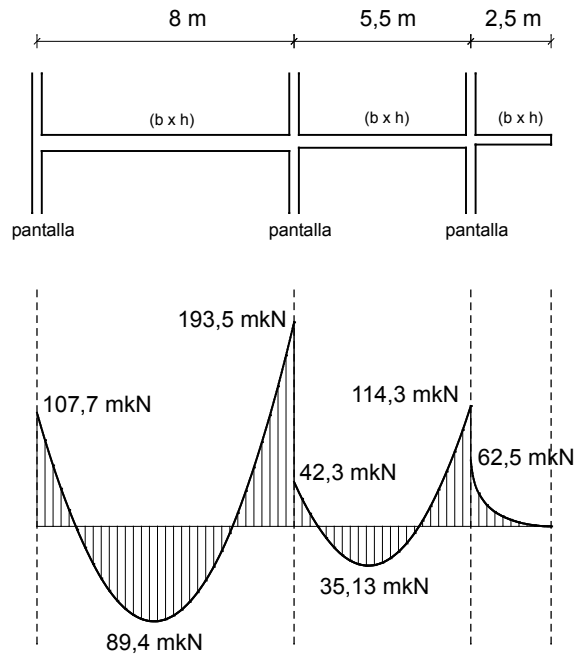
9.5 Jácena 9-10-11-vol, planta 3.^a

9.5.1 Predimensionado de la sección

Consideraciones previas

El efecto favorable del axil de compresión no se tiene en cuenta en el cálculo.

Como en la jácena anterior, los esfuerzos mayorados son los obtenidos mediante un programa de ordenador (tipo WinEva o similar), y los característicos predimensionados, los mismos divididos por 1,5.



En este caso, las jácenas y el voladizo tienen luces muy diferentes, que provocan momentos muy diferentes, por lo que tomamos la decisión de que la sección no sea constante.

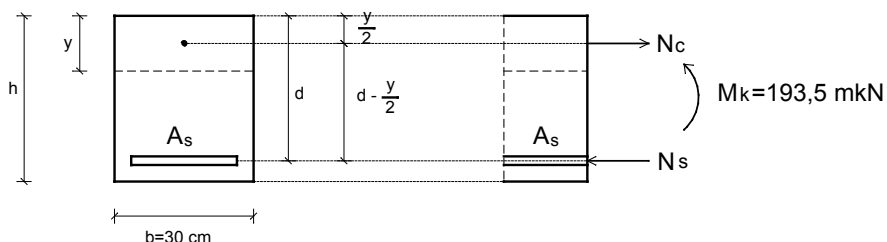
Predimensionamos aquí la jácena 9-10 para soportar, en la sección más desfavorable, un momento característico de valor:

$$M_k = 193,49 \text{ mkN}$$



La base de la sección es de 30 cm, según el criterio de partida.

Predimensionado del canto a flexión



Consideramos un recubrimiento mecánico de 5 cm y una cuantía mecánica $\omega = 0,25$

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{\omega \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{193,49 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 0,8 \cdot 300 \cdot 25/1,5}} = 538 \text{ mm} \approx 53 \text{ cm};$$

$$h = d + c = 53 + 5 = 58 \text{ cm} \approx 60 \text{ cm}$$

Visto el resultado ($h = 58 \text{ cm}$), deberíamos coger un canto igual o superior (por ejemplo, de 60 cm).

Si queremos predimensionar el área de acero, con un canto total de 60 cm y canto útil de 55 cm:

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} = \frac{193,49 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 550} = 659.625 \text{ N} = 659,25 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 5\phi 20 \text{ mm} (682,96) \\ 4\phi 25 \text{ mm} (853,70) \end{cases}$$

Con un canto total más ajustado de 50 cm y canto útil de 45 cm:

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot d} = \frac{193,49 \cdot 1,5 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 450} = 806.208 \text{ N} = 806,21 \text{ kN} \Rightarrow \begin{cases} 6\phi 20 \text{ mm} (819,55) \\ 4\phi 25 \text{ mm} (853,70) \end{cases}$$

Con el mismo método y criterio, obtendríamos una sección de predimensionado de 30 x 40 para la jácena 10-11 y de 30 x 30 para el voladizo.



Predimensionado a deformaciones

Para aprovechar al máximo la sección de hormigón tomamos una sección más pequeña, de $(b \times h) = (30 \times 50) \text{ cm}^2$.

La flecha total en edificación debe cumplir $f_{\text{tot}} \leq L/250$

En este caso, la flecha instantánea, considerando la inercia de la sección bruta, es:

$$f_{\text{inst}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q l^4}{E \cdot I} - \frac{M_{\text{izq}}^- \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} - \frac{M_{\text{der}}^- \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot q l^4 - 24 \cdot M_{\text{izq}}^- \cdot l^2 - 24 \cdot M_{\text{der}}^- \cdot l^2}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$E_j = 8.500 \cdot \sqrt[3]{25 + 8} \quad (\text{N} / \text{mm}^2) = 27.300 \text{ N/mm}^2 = 27.300.000 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{\text{inst}} = \frac{5 \cdot 30 \cdot 8^4 - 24 \cdot 107,73 \cdot 8^2 - 24 \cdot 193,49 \cdot 8^2}{384 \cdot 27.300.000 \cdot (0,3 \cdot 0,5^3 / 12)} = 0,0046 \text{ m} = 4,6 \text{ mm}$$

A largo plazo se puede aproximar el valor de la flecha total multiplicando la flecha instantánea por 4.

$$f_{\text{tot}} = 4,6 \cdot 4 = 18,4 \text{ mm} < \frac{L}{250} = \frac{8.000}{250} = 32 \text{ mm} \Rightarrow \text{cumple}$$

Conociendo el porcentaje de cargas permanentes y sobrecargas respecto al total, podemos determinar la deformación correspondiente a cada carga y aproximar la flecha activa.

Supongamos en este caso un 70 % de cargas permanentes y un 30 % de sobrecargas.

$$f_{\text{act}} = 2,2 \cdot (0,7 \cdot 4,6) + (0,3 \cdot 4,6) = 8,5 \text{ mm} < \left| \begin{array}{l} \frac{L}{400} = \frac{8.000}{400} = 20 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right. \Rightarrow \text{cumple}$$

Con el mismo método, comprobaríamos el cumplimiento de flechas en la barra 10-11 con dimensiones de 30×40 .

Consideramos, pues, las barras de sección constante y dimensiones de $30 \times 50 \text{ cm}^2$, $b \times h$, la barra 9-10, $30 \times 40 \text{ cm}^2$, $b \times h$, la barra 10-11 y $30 \times 30 \text{ cm}^2$, $b \times h$ el voladizo

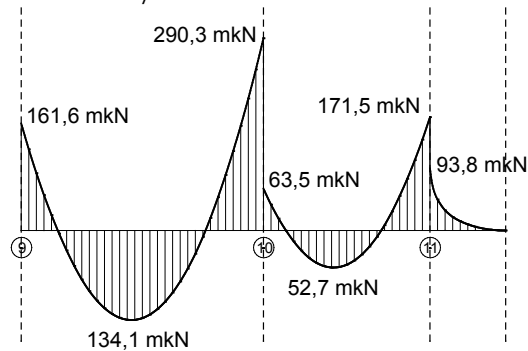
Armado a flexión

De la misma manera que hemos hecho en la jácena anterior (1-2-3), en cada barra de sección diferente calculamos la sección más desfavorable y a partir de ese armado, lo que realmente resiste la sección con dos, tres, etc., hasta ese número de redondos y lo situamos en el diagrama para el despiece, de esta manera también vemos cuántos redondos son necesarios en el resto de secciones.



9.5.2 Armado a flexión (armadura longitudinal)

Diagrama de momentos mayorados



Momento máximo en la barra 9-10 $M_d = 290,3 \text{ mkN}$ ($d = 45 \text{ cm}$)

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{290,3 \cdot 10^6}{300 \cdot 450^2 \cdot 25 / 1,5} = 0,287 \Rightarrow \begin{cases} \text{ábaco de flexión línea continua} \\ \omega = 0,35; A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \end{cases}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,35 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25 / 1,5 = 787.500 \text{ N} \Rightarrow \text{Armado} \begin{cases} 6 \phi 20 (819,55 \text{ kN}) \\ 2 \phi 20 + 3 \phi 25 (913,45 \text{ kN}) \end{cases}$$

Momento máximo en la barra 10-11 $M_d = 171,5 \text{ mkN}$ ($d = 35 \text{ cm}$)

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{171,5 \cdot 10^6}{300 \cdot 350^2 \cdot 25 / 1,5} = 0,28 \Rightarrow \begin{cases} \text{ábaco de flexión línea continua} \\ \omega = 0,34; A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \end{cases}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,340 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25 / 1,5 = 595.000 \text{ N} \Rightarrow \text{Armado} \begin{cases} 5 \phi 20 (682,96 \text{ kN}) \\ 2 \phi 20 + 2 \phi 25 (700,03 \text{ kN}) \end{cases}$$

Momento máximo en el voladizo $M_d = 93,8 \text{ mkN}$ ($d = 25 \text{ cm}$)

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{93,8 \cdot 10^6}{300 \cdot 250^2 \cdot 25 / 1,5} = 0,30 \Rightarrow \begin{cases} \text{ábaco de flexión línea continua} \\ \omega = 0,37; A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \end{cases}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,370 \cdot 300 \cdot 250 \cdot 25 / 1,5 = 462.500 \text{ N} \Rightarrow \text{Armado} \begin{cases} 4 \phi 20 (546,37 \text{ kN}) \\ 3 \phi 25 (640,27 \text{ kN}) \end{cases}$$

El momento en esta última sección pide una mínima armadura de compresión, si utilizamos el ábaco de línea discontinua de la página 181, pero utilizamos el de línea continua. No hacemos el cálculo, pero con los dos redondos de caja seguro que bastaría en el otro caso.

De la misma manera que en el ejemplo anterior, la estrecha medida de base ($b = 30 \text{ cm}$) aconseja que se elija una solución con menos de 6 barras. La solución con barras de $\phi 25 \text{ mm}$ simplificaría mucho los refuerzos.



En este caso, hemos escogido la solución de caja con barras de ϕ 20 y refuerzos con ϕ 25 mm para que sirva como ejemplo de utilización de diámetros diferentes.

Momentos resistidos

Barra 9-10 $d = 45$ cm

N. ϕ	A_s (cm ²)	$A_s \cdot f_{yd}$ (kN)	ω	μ	Momento resistido (mkN)
2 ϕ 20	6,283	273,17	0,121	0,115	116,44
2 ϕ 20 + 1 ϕ 25	11,192	486,61	0,216	0,193	195,41
2 ϕ 20 + 2 ϕ 25	16,101	700,04	0,311	0,263	266,29
2 ϕ 20 + 3 ϕ 25	21,010	913,48	0,406	0,323	327,04

Barra 10-11 $d = 35$ cm

N. ϕ	A_s (cm ²)	$A_s \cdot f_{yd}$ (kN)	ω	μ	Momento resistido (mkN)
2 ϕ 20	6,283	273,17	0,156	0,145	88,81
2 ϕ 20 + 1 ϕ 25	11,192	486,61	0,278	0,238	145,78
2 ϕ 20 + 2 ϕ 25	16,101	700,04	0,400	0,318	194,78

Voladizo $d = 25$ cm

N. ϕ	A_s (cm ²)	$A_s \cdot f_{yd}$ (kN)	ω	μ	Momento resistido (mkN)
2 ϕ 20	6,283	273,17	0,219	0,193	60,31
2 ϕ 20 + 1 ϕ 25	11,192	486,61	0,389	0,310	96,88

Comprobación de cuantías geométricas mínimas

$$\rho \geq 0,0028 \Rightarrow A_s = 0,0028 \cdot 30 \cdot 45 = 3,78 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 378 \cdot 500 / (1,15 \cdot 1.000) = 1.164,35 \text{ kN}$$

Con los 2 ϕ 20 mm de caja, se cubre la cuantía geométrica mínima. Lo mismo sucede en la jácena 10-11 y en el voladizo.

Longitudes de anclaje

Para las barras de la cara inferior (zona de buena adherencia), la longitud de anclaje l_{bl} de las barras de ϕ 20 mm y de ϕ 25 mm (B 500 S) en hormigón HA-25 debe cumplir lo siguiente:

$$\phi \text{ 20 mm} \quad \left| \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 2 = 20 \text{ cm} \\ \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2 = 50 \text{ cm} \end{array} \right. \quad l_{bl} = m \cdot \phi^2 = 15 \cdot 2^2 = 60 \text{ cm} \geq$$



$$\begin{array}{l} \phi 25 \text{ mm} \\ l_{bl} = m \cdot \phi^2 = 15 \cdot 2,5^2 = 93,8 \text{ cm} \end{array} \geq \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 2,5 = 25 \text{ cm} \\ \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5 \text{ cm} \end{array}$$

Las condiciones más desfavorables son $l_{bl} = 60 \text{ cm}$ para barras de $\phi 20 \text{ mm}$ y $l_{bl} = 94 \text{ cm}$ para barras de $\phi 25 \text{ mm}$.

De la armadura necesaria para soportar el momento central de las jácenas, un tercio se prolongará hasta los ejes de los apoyos extremos y se anclará con la longitud de anclaje correspondiente, y un cuarto de la armadura se prolongará hasta los ejes de los apoyos centrales y se anclará con la longitud de anclaje correspondiente. Si anclamos las dos barras de caja ya cumplimos esta condición.

Estos anclajes en el extremo de la jácena tendrán forma de patilla o gancho en U con una longitud de anclaje desarrollada igual a $l_{bl} = 60 \text{ cm}$ o 94 cm , según sean de $\phi 20 \text{ mm}$ o de $\phi 25 \text{ mm}$.

Para las barras de la cara superior (zona de mala adherencia), la longitud de anclaje l_{bII} de las barras de $\phi 20 \text{ mm}$ y de $\phi 25 \text{ mm}$ (B 500 S) en hormigón HA-25 debe cumplir lo siguiente:

$$\begin{array}{l} \phi 20 \text{ mm} \\ l_{bII} = 1,4 \cdot m \cdot \phi^2 = 1,4 \cdot 15 \cdot 2,0^2 = 84 \text{ cm} \end{array} \geq \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 2,0 = 20 \text{ cm} \\ \frac{f_{yk}}{14} \cdot \phi = \frac{500}{14} \cdot 2,0 = 71,4 \text{ cm} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \phi 25 \text{ mm} \\ l_{bII} = 1,4 \cdot m \cdot \phi^2 = 1,4 \cdot 15 \cdot 2,5^2 = 131,3 \text{ cm} \end{array} \geq \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 2,5 = 25 \text{ cm} \\ \frac{f_{yk}}{14} \cdot \phi = \frac{500}{14} \cdot 2,5 = 89,3 \text{ cm} \end{array}$$

Las condiciones más desfavorables son $l_{bII} = 84 \text{ cm}$ para barras de $\phi 20 \text{ mm}$ y $l_{bII} = 132 \text{ cm}$ para barras de $\phi 25 \text{ mm}$.

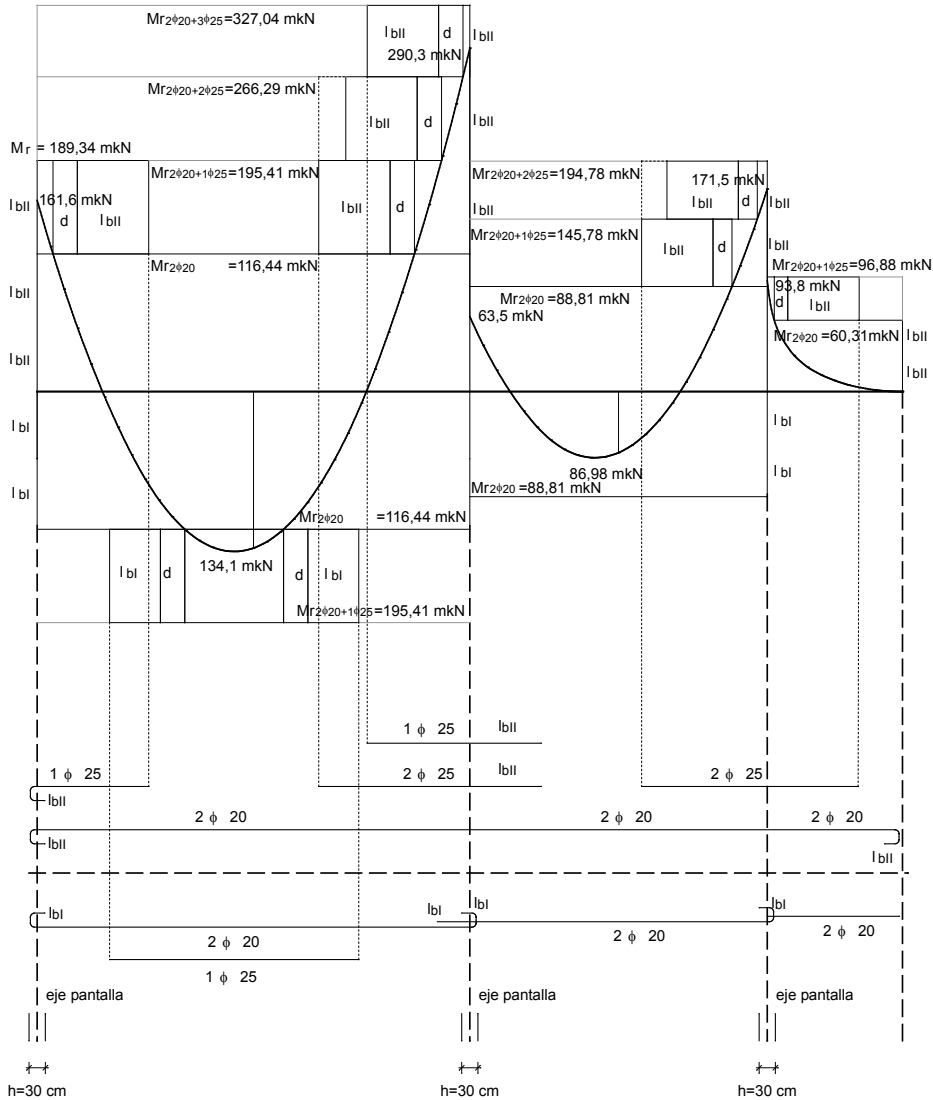
Los anclajes en el extremo de la jácena de las barras superiores tendrán forma de gancho en U con una longitud de anclaje desarrollada igual a $l_{bII} = 84 \text{ cm}$ o 132 cm , según si son de $\phi 20 \text{ mm}$ o de $\phi 25 \text{ mm}$.

En general, el anclaje de la barra se hará por prolongación recta de la barra, a excepción de los extremos de la jácena donde no quepa esa longitud. En estos casos se doblará la barra formando una patilla o gancho en U, según la longitud necesaria.



La forma favorable de estos anclajes permitiría reducir la longitud de anclaje un 30 % si se pudieran garantizar unos recubrimientos laterales (perpendiculares al plano que contiene la armadura doblada) mínimos de 3ϕ , pero no es nuestro caso ($3\phi = 3 \cdot 2.5 = 7,5 \text{ cm}$).

Despiece de las armaduras



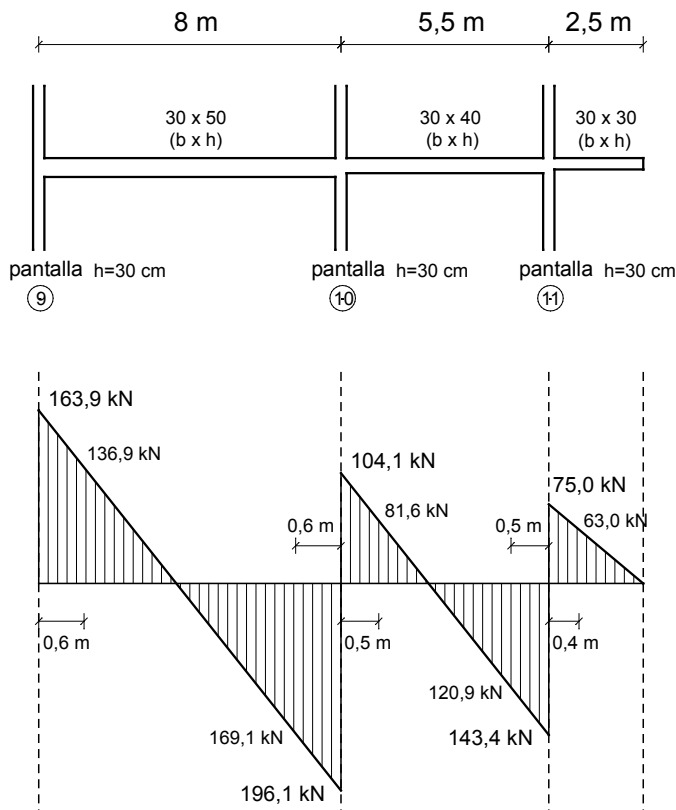
Las armaduras de caja tienen una longitud excesiva para poderlas transportar y colocar. Hay que cortarlas y solaparlas correctamente.



9.5.3 Armado a cortante (armadura transversal)

Diagrama de cortantes mayorados

Para soportar el esfuerzo cortante, se debe disponer el armado transversal, los estribos, que podemos cuantificar utilizando la analogía de la celosía de Mörsch.



Se utilizarán estribos de 2 ramas de ϕ 6 mm, colocados con un ángulo de 90° .

Previamente al armado, hay que comprobar que el hormigón, en la zona del alma, es capaz de soportar la compresión oblicua, ya que en caso contrario habría que aumentar la sección.

En este caso, la comprobación se realiza con respecto a los cortantes actuantes en las secciones situadas justo en las caras de las pantallas, ya que las jácenas son empotradas, y por el mismo motivo, el armado se realiza para cubrir los valores de los cortantes que actúan en las secciones situadas a la distancia de un canto útil de las caras de las pantallas.



Comprobación del agotamiento del hormigón por compresión oblicua:

$$\text{Jácena 9-10: } V_{u1} = 0,3 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 0,3 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1,5 = 675.000 \text{ N} = 675 \text{ kN}$$

$$\text{Jácena 10-11: } V_{u1} = 0,3 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 0,3 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25/1,5 = 525.000 \text{ N} = 525 \text{ kN}$$

$$\text{Voladizo: } V_{u1} = 0,3 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = 0,3 \cdot 300 \cdot 250 \cdot 25/1,5 = 375.000 \text{ N} = 375 \text{ kN}$$

En los tres casos, los valores son mayores que los máximos en los ejes.

Cortante efectivo (V_{rd} = valor que se encuentra a la distancia de un canto útil de la cara de la pantalla)

En nuestro ejemplo tenemos pantallas de 30 cm de espesor, por tanto, el cortante efectivo lo encontraremos a una distancia del eje $d + 30/2$, que en los diferentes tramos será de 60, 50 o 40 cm, según los cantos. El valor se puede encontrar por proporción de triángulos, o bien restando al valor del cortante en la sección del eje de la pantalla la parte de carga mayorada que gravita sobre esta distancia (carga mayorada uniforme sobre las dos jácenas $q_d = 45 \text{ kN/m}$, y sobre el voladizo $q_d = 30 \text{ kN/m}$).

Jácena 9-10

Sección izquierda

$$V_{rd} = 163,9 - 45 \cdot 0,6 = 136,9 \text{ kN}$$

Sección derecha

$$V_{rd} = 196,1 - 45 \cdot 0,6 = 169,1 \text{ kN}$$

Jácena 10-11

Sección izquierda

$$V_{rd} = 104,1 - 45 \cdot 0,5 = 81,6 \text{ kN}$$

Sección derecha

$$V_{rd} = 143,4 - 45 \cdot 0,5 = 120,9 \text{ kN}$$

Voladizo 11-vol

Sección izquierda

$$V_{rd} = 75,0 - 30 \cdot 0,4 = 63,0 \text{ kN}$$

Contribución del hormigón

La contribución del área de hormigón para resistir el esfuerzo cortante efectivo surge de la expresión:

$$V_{cu} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$$

Por el lado de la seguridad, consideramos la cuantía geométrica correspondiente a los 2 ϕ 20 mm de caja, tanto en las jácenas como en el voladizo.



Como los cantos son diferentes, la contribución del hormigón en las tres piezas también lo será.

Jácena 9-10

$$\rho = \frac{6,283}{30 \cdot 45} = 0,00465 \quad (A_{s2\phi 20} = 6,283 \text{ cm}^2)$$

$$V_{cu} = \frac{0,15}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{450}}\right) \cdot (100 \cdot 0,00465 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 450 = 50.985 \text{ N} = 50,98 \text{ kN}$$

Jácena 10-11

$$\rho = \frac{6,283}{30 \cdot 35} = 0,00598 \quad (A_{s2\phi 20} = 6,283 \text{ cm}^2)$$

$$V_{cu} = \frac{0,15}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{350}}\right) \cdot (100 \cdot 0,00598 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 350 = 45.429 \text{ N} = 45,43 \text{ kN}$$

Voladizo 11-vol

$$\rho = \frac{6,283}{30 \cdot 25} = 0,00838 \quad (A_{s2\phi 20} = 6,283 \text{ cm}^2)$$

$$V_{cu} = \frac{0,15}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{250}}\right) \cdot (100 \cdot 0,00838 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 250 = 39.164 \text{ N} = 39,16 \text{ kN}$$

Estribado mínimo

Jácena 9-10

$$S_{tmin} \leq 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm} \rightarrow 0,75 \cdot 45 = 33,75 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

$$S_{tmin} \leq \frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \text{sen} \alpha} = \frac{56,5 \cdot 400 \cdot 25}{300 \cdot 25^{2/3}} = 220 \text{ mm} \approx 20 \text{ cm} \rightarrow \text{distancia máxima } 20 \text{ cm}$$

Jácena 10-11

$$S_{tmin} \leq 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm} \rightarrow 0,75 \cdot 45 = 33,75 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

$$S_{tmin} \leq \frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \text{sen} \alpha} = \frac{56,5 \cdot 400 \cdot 25}{300 \cdot 25^{2/3}} = 220 \text{ mm} \approx 20 \text{ cm} \rightarrow \text{distancia máxima } 20 \text{ cm}$$

Voladizo

$$S_{tmin} \leq 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm} \rightarrow 0,75 \cdot 25 = 18,75 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm} \rightarrow \text{distancia máxima } 15 \text{ cm}$$

$$S_{tmin} \leq \frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot 25}{b \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \text{sen} \alpha} = \frac{56,5 \cdot 400 \cdot 25}{300 \cdot 25^{2/3}} = 220 \text{ mm} \approx 20 \text{ cm}$$



Cortante absorbido por el estribado mínimo y la sección de hormigón
($A_{s2\phi6} = 56,5 \text{ mm}^2$)

- Jácena 9-10

$$V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmin}} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 56,5 \cdot 400}{200} = 45.765 \text{ N} = 45,76 \text{ kN}$$

$$V_{cu} + V_{smin} = 50,98 + 45,76 = 96,74 \text{ kN}$$

- Jácena 10-11

$$V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmin}} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 56,5 \cdot 400}{200} = 35.595 \text{ N} = 35,6 \text{ kN}$$

$$V_{cu} + V_{smin} = 45,43 + 35,6 = 81,03 \text{ kN}$$

- Voladizo 11-vol

$$V_{smin} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmin}} = \frac{0,9 \cdot 250 \cdot 56,5 \cdot 400}{150} = 33.900 \text{ N} = 33,9 \text{ kN}$$

$$V_{cu} + V_{smin} = 39,16 + 33,9 = 73,06 \text{ kN}$$

El estribado mínimo, junto con la contribución del hormigón, no cubren todos los valores de los cortantes a lo largo de las dos jácenas. Se hará, pues, una zonificación de tres estribados diferentes en cada jácena. Las dos zonas extremas, próximas a las pantallas, más desfavorables con un estribado más denso, y la zona central de cada tramo con el estribado mínimo.

En el voladizo no sucede lo mismo. Con el estribado mínimo y la contribución del hormigón se soporta el cortante de cualquier sección.

Estribado en las secciones más desfavorables (a una distancia de un canto útil de las caras de las pantallas)

Jácena 9-10

Sección izquierda $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 136,9 - 50,98 = 85,92 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 56,5 \cdot 400}{85.920} = 106 \text{ mm} = 10,6 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/10 cm}$$

Sección derecha $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 169,1 - 50,98 = 118,12 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 56,5 \cdot 400}{118.120} = 77 \text{ mm} = 7,7 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/7,5 cm}$$

Jácena 10-11

Sección izquierda $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 82 - 45,43 = 36,57 \text{ kN}$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 56,5 \cdot 400}{36.570} = 195 \text{ mm} = 19,5 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/15 cm}$$



Sección derecha $V_s = V_{rd} - V_{cu} = 120,9 - 45,43 = 75,47 \text{ kN}$

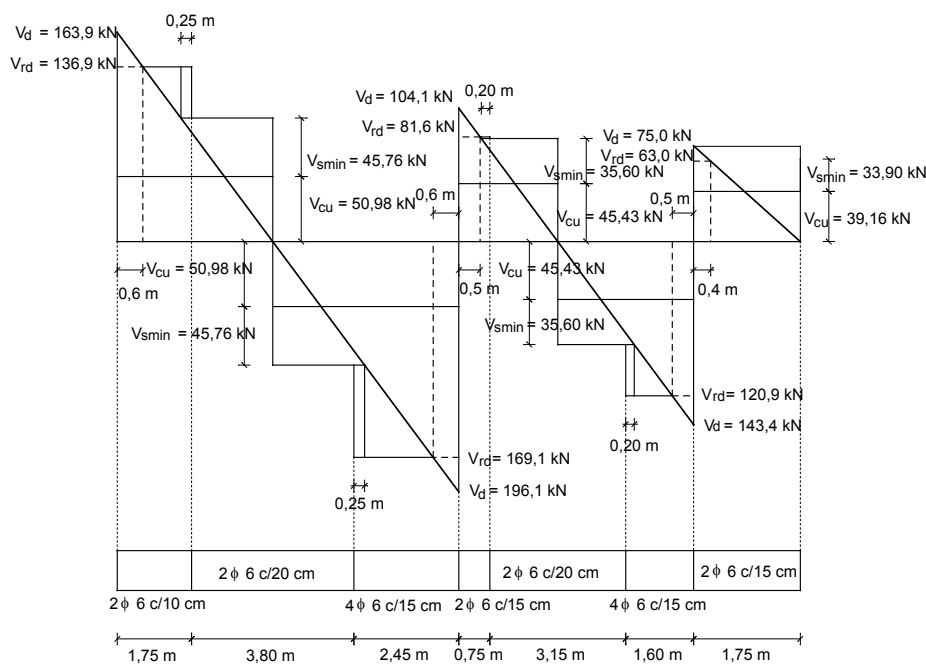
$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 56,5 \cdot 400}{75.470} = 94 \text{ mm} = 9,4 \text{ cm} \Rightarrow e = 2 \phi 6 \text{ c/7,5 cm}$$

La distancia de 7,5 cm entre estribos, en la sección derecha de las dos jácenas, es muy justa para vibrar correctamente el hormigón. Una solución sería en lugar de colocar un estribo cada 7,5 cm colocar dos cada 15 cm (4 ramas en lugar de dos), o mejor aún, cambiar de diámetro y utilizar barras de $\phi 8 \text{ mm}$.

El área de $2 \phi 8 \text{ mm}$ es casi el doble que la de $2 \phi 6 \text{ mm}$ y, entonces, la separación entre estribos, para soportar el mismo cortante, también sería casi el doble.

De todos modos, continuamos el ejercicio con la zonificación de los estribos con $\phi 6 \text{ mm}$ para no rehacer los cálculos.

Zonificación del estribado



Distancia del estribado mínimo a los ejes de las pantallas

Jácena 9-10

Sección izquierda

$$V_{cu} + V_{smin} = 96,75 \Rightarrow 163,9 - 45 \cdot x = 96,75 \Rightarrow x = 1,49 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,49 + 0,25 \approx 1,74 \text{ m}$$



Sección derecha

$$V_{cu} + V_{smin} = 96,75 \Rightarrow 196,1 - 45 \cdot x = 96,75 \Rightarrow x = 2,2 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 2,2 + 0,25 \approx 2,45 \text{ m}$$

Jácena 10-11

Sección izquierda

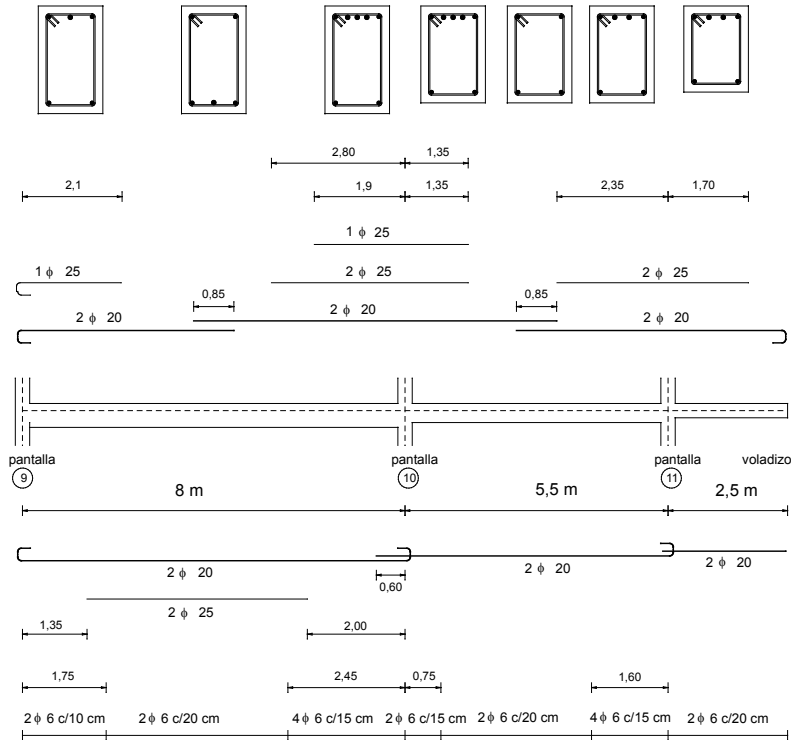
$$V_{cu} + V_{smin} = 81,03 \Rightarrow 104,1 - 45 \cdot x = 81,03 \Rightarrow x = 0,51 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 0,51 + 0,20 \approx 0,75 \text{ m}$$

Sección derecha

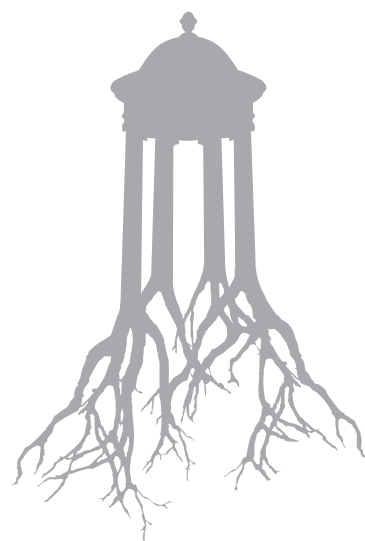
$$V_{cu} + V_{smin} = 81,03 \Rightarrow 143,4 - 45 \cdot x = 81,03 \Rightarrow x = 1,386 \text{ m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,386 + 0,20 \approx 1,59 \text{ m}$$

9.5.4. Plano de todo el armado

En la disposición final de las armaduras podemos comprobar que se cumple el recubrimiento de 30 mm necesario en ambiente I.



La longitud de solape de los 2 ϕ 20 superiores de la caja es igual a la longitud de anclaje ($l_{bl} = 0,84 \text{ m} \approx 0,85 \text{ m}$). Los 2 ϕ 20 inferiores de la caja se prolongan hasta los ejes y se anclan, por cada lado, con la longitud correspondiente ($l_{bl} = 60 \text{ cm}$).

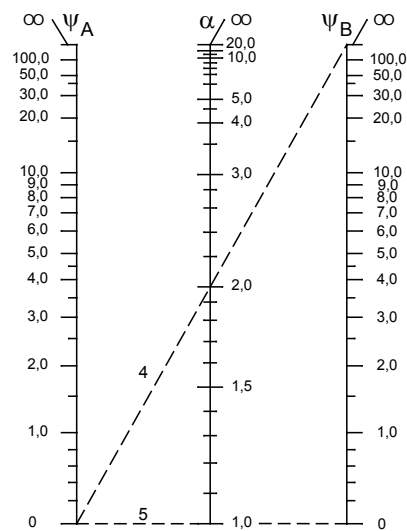
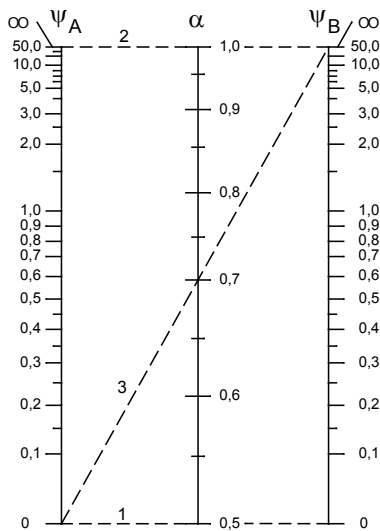


→ 10



Tablas, diagramas adimensionales y ábacos roseta

10.1 Nomogramas para obtener el coeficiente α



Si se quiere el valor exacto del coeficiente de pandeo, se puede encontrar a través de las expresiones:

$$\alpha = \frac{0,64 + 1,4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{1,28 + 2 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}$$

Pórticos intraslacionales

$$\alpha = \sqrt{\frac{7,5 + 4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 1,6 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{7,5 + (\psi_A + \psi_B)}}$$

Pórticos traslacionales



10.2 Tabla de secciones y capacidades mecánicas de los aceros

Aceros de dureza natural con resistencias $400 \text{ N/mm}^2 \leq f_{yk} \leq 500 \text{ N/mm}^2$

SECCIONES EN cm^2 Y MASAS EN kg/m

Diámetro f (mm)	Masa (kg/m)	NÚMERO DE BARRAS								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	0,222	0,283	0,565	0,848	1,131	1,414	1,696	1,979	2,262	2,545
8	0,395	0,503	1,005	1,508	2,011	2,513	3,016	3,519	4,021	4,524
10	0,617	0,785	1,571	2,356	3,142	3,927	4,712	5,498	6,283	7,069
12	0,888	1,131	2,262	3,393	4,524	5,655	6,786	7,917	9,048	10,179
14	1,208	1,539	3,079	4,618	6,158	7,697	9,236	10,776	12,315	13,854
16	1,578	2,011	4,021	6,032	8,042	10,053	12,064	14,074	16,085	18,096
20	2,466	3,142	6,283	9,425	12,566	15,708	18,850	21,991	25,133	28,274
25	3,853	4,909	9,818	14,726	19,635	24,544	29,453	34,361	39,270	44,179
32	6,313	8,042	16,085	24,127	32,170	40,212	48,255	56,297	64,340	72,382
40	9,865	12,566	25,133	37,699	50,266	62,832	75,398	87,965	100,531	113,098

CAPACIDAD MECÁNICA EN Kn

ACERO B 500 S

$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

$U = A_s \cdot f_{yd}$

$U' = A'_s \cdot f_{yd}$

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

$\gamma_s = 1,15$

Diámetro f (mm)	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	12,29	24,59	36,88	49,17	61,47	73,76	86,05	98,35	110,64	122,93
8	21,85	43,71	65,56	87,42	109,27	131,13	152,98	174,84	196,69	218,55
10	34,15	68,30	102,44	136,59	170,74	204,89	239,03	273,18	307,33	341,48
12	49,17	98,35	147,52	196,69	245,86	295,04	344,21	393,38	442,56	491,73
14	66,93	133,86	200,79	267,72	334,65	401,58	468,51	535,44	602,37	669,30
16	87,42	174,84	262,26	349,67	437,09	524,51	611,93	699,35	786,77	874,18
20	136,59	273,18	409,77	546,37	682,96	819,55	956,14	1.092,73	1.229,32	1.365,91
25	213,42	426,85	640,27	853,70	1.067,12	1.280,54	1.493,97	1.707,39	1.920,82	2.134,24
32	349,67	699,35	1.049,02	1.398,69	1.748,37	2.098,04	2.447,72	2.797,39	3.147,06	3.496,74
40	546,37	1.092,73	1.639,10	2.185,46	2.731,83	3.278,19	3.824,56	4.370,92	4.917,29	5.463,65

CAPACIDAD MECÁNICA EN Kn

ACERO B 400 S

$f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$

$U = A_s \cdot f_{yd}$

$U' = A'_s \cdot f_{yd}$

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

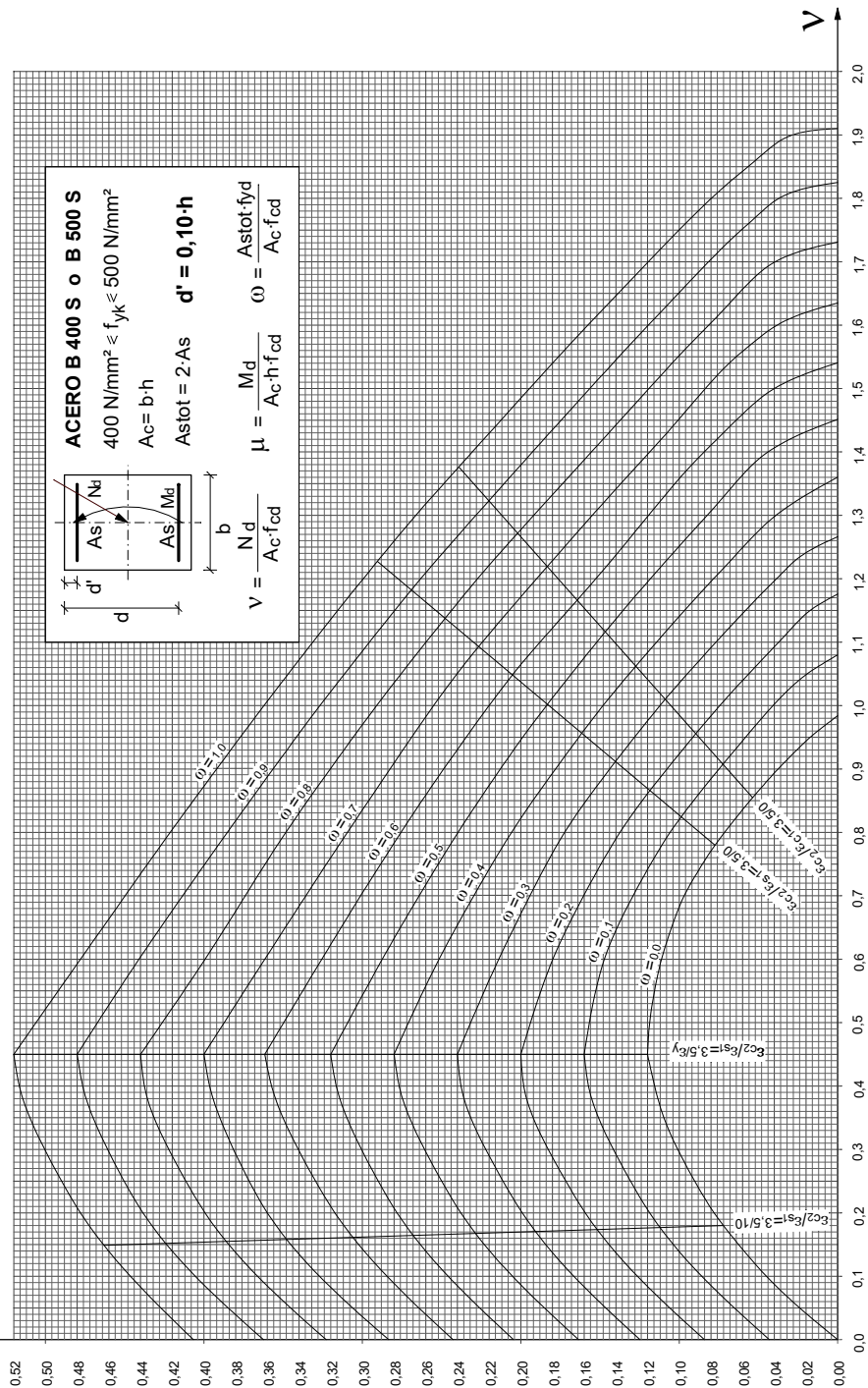
$\gamma_s = 1,15$

Diámetro f (mm)	NÚMERO DE BARRAS									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	9,83	19,67	29,50	39,34	49,17	59,01	68,84	78,68	88,51	98,35
8	17,48	34,97	52,45	69,93	87,42	104,90	122,39	139,87	157,35	174,84
10	27,32	54,64	81,95	109,27	136,59	163,91	191,23	218,55	245,86	273,18
12	39,34	78,68	118,01	157,35	196,69	236,03	275,37	314,71	354,04	393,38
14	53,54	107,09	160,63	214,18	267,72	321,26	374,81	428,35	481,89	535,44
16	69,93	139,87	209,80	279,74	349,67	419,61	489,54	559,48	629,41	699,35
20	109,27	218,55	327,82	437,09	546,37	655,64	764,91	874,18	983,46	1.092,73
25	170,74	341,48	512,22	682,96	853,70	1.024,43	1.195,17	1.365,91	1.536,65	1.707,39
32	279,74	559,48	839,22	1.118,96	1.398,69	1.678,43	1.958,17	2.237,91	2.517,65	2.797,39
40	437,09	874,18	1.311,28	1.748,37	2.185,46	2.622,55	3.059,65	3.496,74	3.933,83	4.370,92



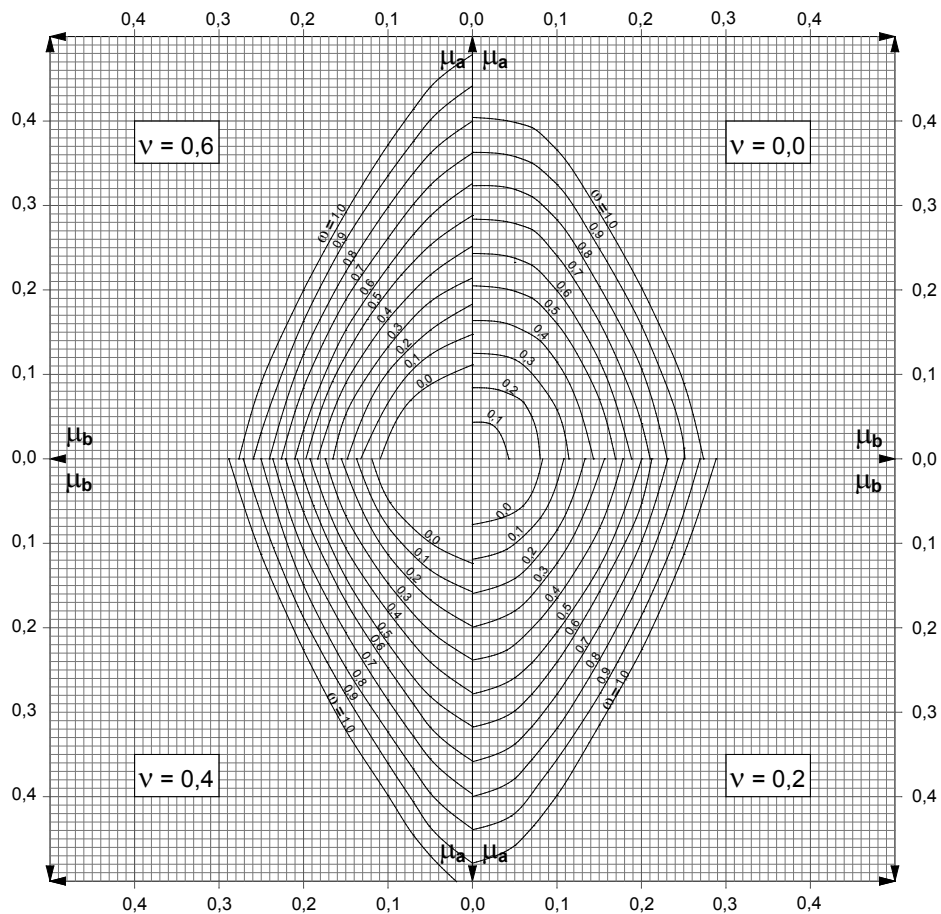
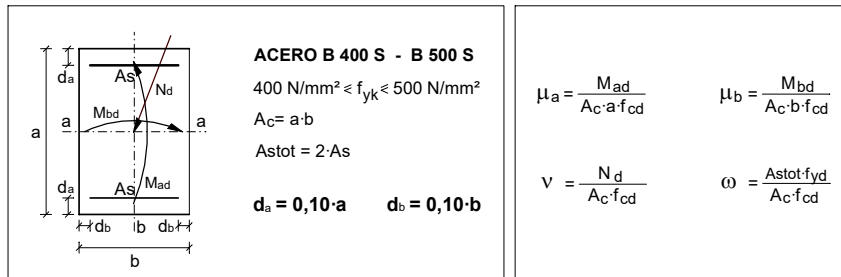
10.3 Diagrama adimensional de flexo-compresión compuesta ($d = 0,10 \cdot h$)

Diagrama de interacción adimensional. Flexión o compresión compuesta





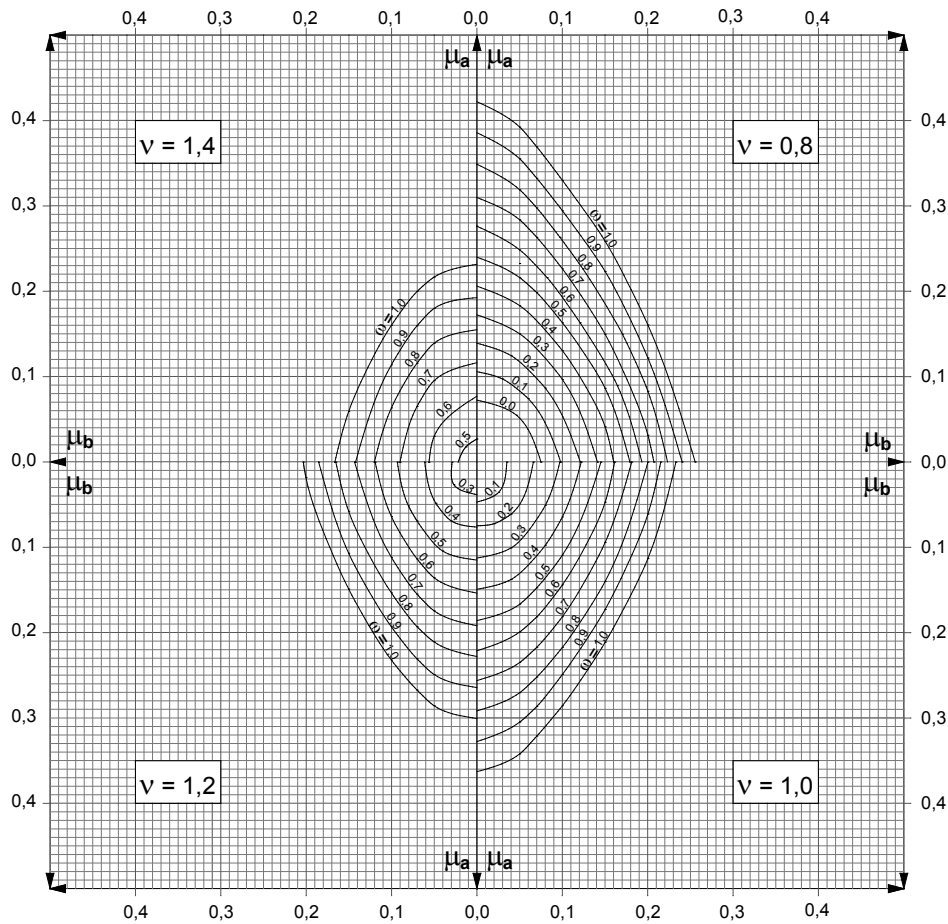
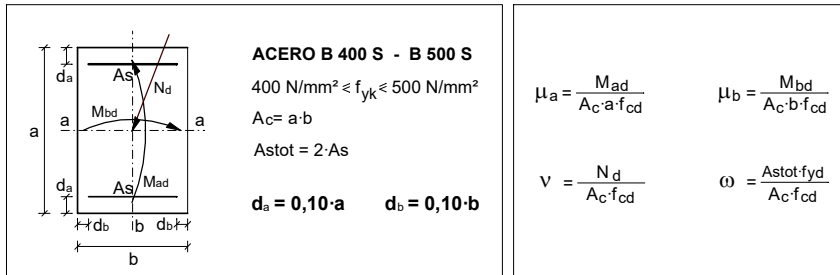
10.4 Ábaco en roseta de flexión esviada. Armadura a dos caras ($v = 0,0$ hasta $v = 0,6$)





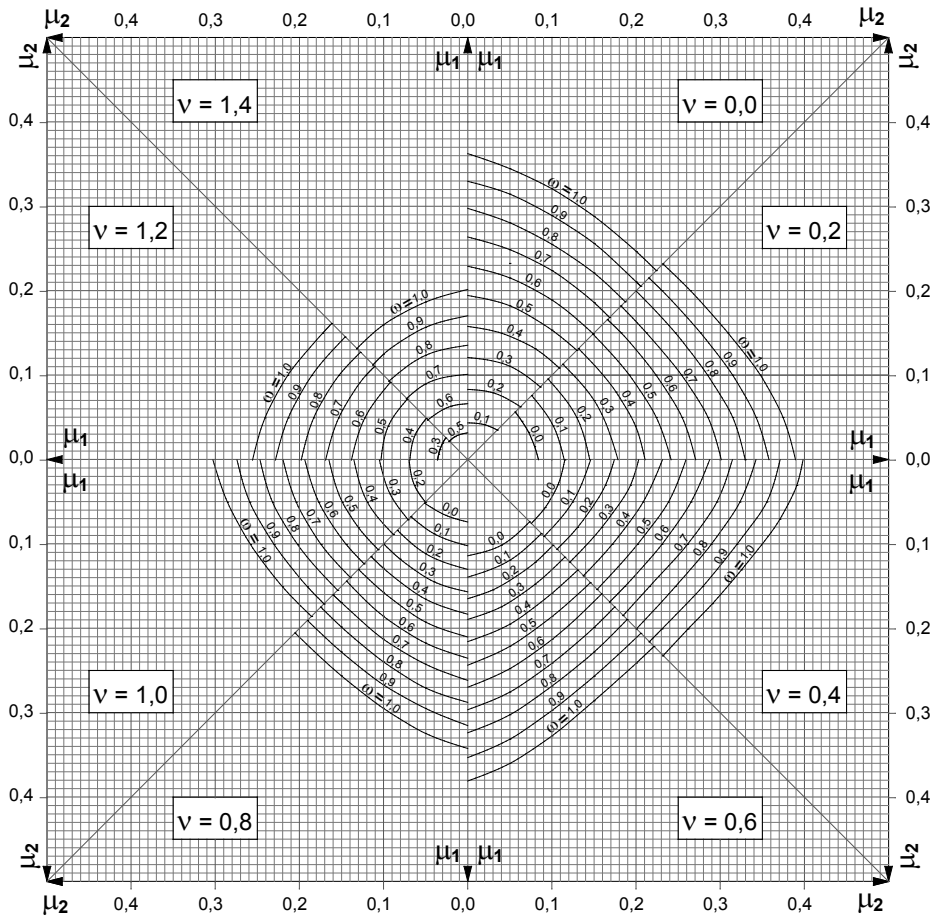
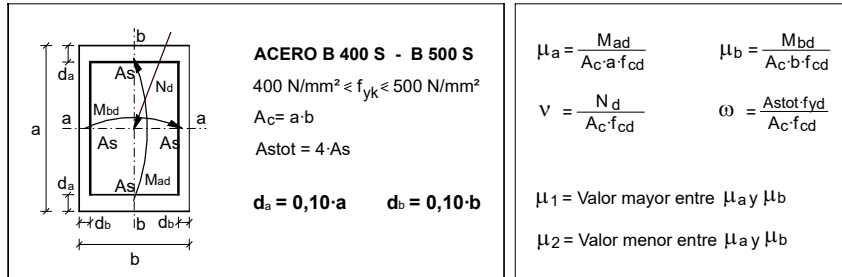
10.5 Ábaco en roseta de flexión esviada. Armadura a dos caras

($v = 0,8$ hasta $v = 1,4$)





10.6 Ábaco en roseta de flexión esviada. Armadura a cuatro caras ($v = 0,0$ hasta $v = 1,4$)





10.7 Diagrama adimensional de flexión simple. $f_{yk} = 400 - 500$ N/mm²

